



Matematika Tanulásméleti és -Pszichológiai Kutatócsoport

Eötvös Loránd Tudományegyetem Természettudományi Kar, Matematika Intézet

Kutatócsoport vezető: Dr. Szabó Csaba egyetemi tanár, email: csaba@cs.elte.hu

TÁJÉKOZTATÓ

Az Eötvös Loránd Tudományegyetem Matematika Módszertani Kutatócsoport egyik kutatási területe annak vizsgálata, hogy különböző matematikai tevékenységek hogyan hatnak az általános gondolkodásra és a későbbi matematikai képességekre. A magyar matematikaoktatás problémaközpontú. A feladatmegoldásban az eltérő megoldási módszerek használata a matematika különböző ágazatain belül, vagy például a rendszeres társasjátékozás más és más hatással vannak a gondolkodásunkra. Ezek közben különböző funkciójú agyi tevékenységeket végez az ember. A számelmélet egy olyan része a matematikának, ahol a legkülönbözőbb fajta ötletekkel, megoldási módszerekkel találkozhatnak a diákok. A kutatócsoport egy korábbi projektjében kimutatta, hogy számelmélet feladatok megoldása pozitívan hat a diákok általános matematikai gondolkodására. Azok a diákok, akik a matematika óra öt percében nem a tananyaghoz kapcsolódóan oldottak meg feladatokat, hanem számelmélet problémákkal foglalkoztak, jobban szerepeltek a tananyaghoz kapcsolódó dolgozatokon is, mint társaik. A módszert teszteltük elit és hagyományos általános iskolában is. A diákok fejlődése már a projekt felénél mérhető volt. Mindenkinek ajánljuk a módszert, amelyhez rengeteg kész segédanyagot elküldünk, ezzel segítve a szaktanárok munkáját. A módszer könnyen kipróbálható az online oktatás során, de jól működik a „hagyományos” iskolai környezet keretei között.

Amennyiben szívesen részt venne a módszer továbbfejlesztésében, kérjük, válasszon a **Továbbfejlesztési lehetőségek** fejezetében lévő lehetőségek közül.

Ezeket a feladatokat 7-10. osztályos diákoknak javasoljuk.

A projekt menete

A projekt során a szaktanár fő feladata a feladatokat és a megoldásokat tartalmazó kódok kiküldése, és bizonyos időközönként a feladatok kijavítása megadott szempontok szerint. Ezen kívül lehetőség van egy bemeneti és egy kimeneti dolgozat megíratására, amellyel a diákok fejlődését lehet mérni. (A két tesztben hasonló feladatok vannak. A teszteknel ügyelünk arra, hogy olyan témájú feladatokat adjunk, melyeket már tanultak a diákok, de azok között ne szerepeljenek számelmélettel kapcsolatos feladatok.)

Az alábbiakban részletesen kifejtjük a főbb lépéseket:

1. A projekthez minden feladatot elküldünk a szaktanárnak e-mailben, aki naponta egyet továbbít a diákoknak. (A szaktanár megkapja a feladatokat egyesével is, így ezeket ki tudja küldeni külön-külön.)
2. Ezután a diákok a megoldást leírják egy lapra (erre 5-10 percük van), majd lefényképezve visszaküldik szaktanárunknak (fotó helyett természetesen bármilyen más megoldás is megfelel).



Matematika Tanulásméleti és -Pszichológiai Kutatócsoport

Eötvös Loránd Tudományegyetem Természettudományi Kar, Matematika Intézet

Kutatócsoport vezető: Dr. Szabó Csaba egyetemi tanár, email: csaba@cs.elte.hu

3. Miután minden diák beküldte a feladatot, kapnak egy kódot a szaktanártól, mellyel otthon megnézhetik a megoldást.
4. A megoldás tudatában a következő napi feladat sokkal könnyebben megoldható.
5. Értékelés: Mivel a diákok a megoldást ismerik, ezért a kijavított dolgozatokat nem kell visszakapniuk, elég, ha a dolgozatra kapott pontszámot ismerik. Így a feladatok pontozása egy nagyon gyors feladat a szaktanárnak, mondhatni ránézésre elvégezhető munka, ezen kívül nem kell minden nap javítania. (Esetleg furcsának tűnhet, hogy nem fektetünk nagyobb energiát a visszajelzésre. Ezt azért így terveztük, mert a módszer lényege a problémamegoldás, ennek várjuk fejlesztő hatását.)
6. A feladatokra kapott pontok rögzítése egy előre megírt táblázatban.
7. Összesen 63 feladat van négy részre osztva: 1. rész: 1-15. feladat; 2. rész: 16-30. feladat; 3. rész: 31-45. feladat; 4. rész: 46-63. feladat.

Az a tapasztalatunk, hogy a diákok a projekt elején még rosszul teljesítenek, de minél több feladatot oldanak meg, és látják a megoldásokat, annál jobban fejlődnek. Az utolsó részre már szinte minden diák elérte az ötös határát, tehát megéri a módszert folytatni.

A feladatsort úgy állítottuk össze, hogy egy átlagos képességű diák a feladatsor megoldását követően eljusson egy olyan szintre, ahol korosztályának megfelelő versenyfeladatokat tud megoldani. A 63 feladtból álló feladatsor több blokkból áll. Minden egyes blokk egy-egy nehezebb versenyfeladat megoldását készíti elő, a blokkban szereplő feladatok rávezető feladatsorként funkcionálnak.

Ellenőrzés

A 63 számelmélet feladat megtalálható megoldással együtt a www.vasvivien.com honlapon → Diákjaimnak → Versenyfeladatok. Ezen az oldalon megjelenik az összes feladat, mindegyik külön linkkel. Amikor megnyitunk egy feladatot, a készülék automatikusan letölti azt. A feladat megtekintése azonban csak a feladathoz tartozó kód ismeretében lehetséges. Minden feladathoz külön kód tartozik, melyet a szaktanárnak e-mailben elküldünk. Így az aznapi feladat kódját továbbítani tudja a diákoknak, és a diákok egyrészt le tudják ellenőrizni jól gondolkodtak-e, másrészt látják a helyes megoldást. Amikor a diák beüti a letöltött feladathoz tartozó kódot, látja a feladat szövegét és megoldását is.

A megoldókulcsot használva a szaktanár viszonylag könnyen le tudja ellenőrizni a diákok megoldását. A helyes megoldásokért, megoldásrészletekért a diákok pontokat szerezhetnek, ezeket a pontokat kérjük rögzítse a szaktanár egy táblázatba.

Pontozási útmutató

Minden feladat megoldásáért pontokat lehet szerezni. (Az adott feladatra adható maximális pontszámot a kiküldött táblázatok tartalmazzák.)

Példa (Megtekintése csak a feladathoz tartozó kód ismeretében lehetséges.):

Határozd meg azokat az \overline{aaa} alakú háromjegyű természetes számokat, melyek oszthatóak 6-tal. (4 pont)



Matematika Tanulásméleti és -Pszichológiai Kutatócsoport

Eötvös Loránd Tudományegyetem Természettudományi Kar, Matematika Intézet

Kutatócsoport vezető: Dr. Szabó Csaba egyetemi tanár, email: csaba@cs.elte.hu

A feladat megoldása:

Egy szám pontosan akkor osztható 6-tal, ha osztható 2-vel és 3-mal is. **(1 pont)**

Hárommal pontosan akkor osztható, ha számjegyeinek összege osztható 3-mal.

Számjegyeinek összege: $a + a + a = 3a \rightarrow$ Biztosan osztható 3-mal. **(1 pont)**

Kettővel pontosan akkor osztható, ha 0, 2, 4, 6, 8-ra végződik. A 0-t kizárjuk, hiszen akkor nem lenne 3-jegyű a szám. **(1 pont)**

Tehát azok a számok, amik nekünk jók: 222, 444, 666, 888. **(1 pont)**

A példán is látható, hogy a pontok nagy része nem a helyes végeredményre jár, hanem az ötletre, magyarázatra. Ezt a diákokkal már az első feladat előtt érdemes közölni, és közben is lehet többször emlékeztetni rá őket, hogy a pontok nagy része a jó ötletekért és a magyarázatért jár, nem elegendő a végeredmény megadása.

Annak érdekében, hogy a diákok motiváltak maradjanak, jó módszer lehet, ha egy bizonyos feladatszám végeztével adott pontszám elérését követően a diákok ötös érdemjegyet szerezhetnek. Mi a projektünkben négy részre osztottuk a 63 feladtból álló feladatsort és az egyes részek befejeztével értékeltük a diákok teljesítményét. Diákjaink akkor kaptak ötöst, ha elérték legalább a pontok 50%-át (ettől persze el lehet térni). Így az a tanuló is motivált maradhat, aki az elején nem teljesít jól, és nagyon le van maradva – és ehhez hasonlóan azok a tanulók sem lankadhatnak el, akik az elején nagyon jól teljesítenek.

A kiküldött dokumentumok

- Két szintfelmérő (egy bemeneti, és egy kimeneti teszt)
- A feladatok megoldásokkal együtt
- A feladatok egyesével (diákoknak küldhető)
- A feladatok kódjait tartalmazó táblázatok
- Táblázatok, melyekbe a pontokat lehet rögzíteni
- Tájékoztató a diákoknak részletes leírással

A szaktanár teendői a projekt során

1. Írni egy e-mailt a szamelm.kiserlet@gmail.com email címre, hogy szívesen kipróbálná ezt a módszert. Az emailben meg kell adni a tanított csoportok
 - évfolyamát, és
 - a projekt kivitelezését (itt kell a lentebb írt 3 opció közül választani).
2. Az emailre egy napon belül válaszolunk, melyben elküldjük a szükséges dokumentumokat. Illetve megbeszéljük az első szintfelmérő időpontját is.
3. Mikor a diákok megírták a szintfelmérőt, az eredmények rögzítéséhez elküldünk egy táblázatot.



Matematika Tanulásméleti és -Pszichológiai Kutatócsoport

Eötvös Loránd Tudományegyetem Természettudományi Kar, Matematika Intézet

Kutatócsoport vezető: Dr. Szabó Csaba egyetemi tanár, email: csaba@cs.elte.hu

4. Segítséget jelentene a projektünk szempontjából, ha a kitöltött táblázatokat visszaküldenék a fent említett email címre. (Ez természetesen nem kötelező, bárki kipróbálhatja a módszert.)
5. A diákoknak tájékoztatót küldeni a projektről, illetve arról, hogy hol találják a megoldásokat.
6. Minden órán küldeni egy feladatot, a megoldást a diákok lefotózva beküldik.
7. Mikor mindenki elküldte, eljuttatni hozzájuk az adott feladat kódját, hogy meg tudják nézni a megoldást.
8. A szaktanár megnézi a feladatokat, és pontozza, majd a táblázatban rögzíti.
9. A pontokról időnként tájékoztatja a diákokat (akár elküldve nekik a táblázatot, akár elküldve a fent említett email címre, ami kikerülne a weboldalra).
10. Részenként összesíteni a pontokat, kiosztani az ötösöket.
(1. rész: 1-15. feladat; 2. rész: 16-30. feladat; 3. rész: 31-45. feladat; 4. rész: 46-63. feladat)
11. Örülünk, ha a tapasztalataikat és részeredményeiket időnként elküldik nekünk.
12. Amikor minden feladatnak vége, íratnak egy hasonló felmérőt, mint az elején, amit szintén táblázatban rögzítenek.

Úgy gondoljuk ez egy jó lehetőség. Bár sok munkának tűnik, "csak" a feladatokat kell javítani és rögzíteni egy táblázatban, a többi anyagot küldjük. Azoknál az osztályoknál, ahol elvégeztük ezt a projektet jelentős fejlődést tapasztaltunk.

A módszert minden kolléga kipróbálhatja, a projektben nem kötelező részt venni.

Nekik a kezükbe adjuk a feladatokat, a javaslatainkat, amiket szabadon használhatnak.

Amennyiben szívesen részt venne a módszer kipróbálásában, kérjük válasszon az alábbi három opció közül:

1. Az osztály minden tagja számelmélet feladatot old meg az óra végén (ezen kívül egy bemeneti és egy kimeneti szintfelmérőt, ami vegyes feladatokat tartalmaz).
2. Nem oldanak meg a diákok számelmélet feladatokat, csak a két szintfelmérőt írják meg.
3. Az osztály egyik fele számelmélet, a másik fele az adott tananyaggal kapcsolatos feladatot old meg az óra végén, (és az osztály egésze ír mind egy bemeneti mind egy kimeneti szintfelmérőt).

Továbbfejlesztési lehetőségek

Ha valakinek van rá lehetősége és van hozzá kedve akkor külön segíthet, ha az alábbi két pont közül az egyik szerint tudnak haladni, vagy valami ezekhez hasonló megoldást tudnak találni a saját iskolájukban.

- **Két párhuzamos osztályban végzik a projektet.** Az évfolyam egyik osztálya minden órán számelmélet feladatot kap, az évfolyam másik osztálya „csak” tananyaggal kapcsolatos feladatokat.



Matematika Tanulásméleti és -Pszichológiai Kutatócsoport

Eötvös Loránd Tudományegyetem Természettudományi Kar, Matematika Intézet

Kutatócsoport vezető: Dr. Szabó Csaba egyetemi tanár, email: csaba@cs.elte.hu

VAGY

- **Egy osztályban végzik a projektet.** Az osztályt két csoportra osztja a szaktanár, az egyik csoport a számelmélet feladatokat kapja, a másik csoport tananyaggal kapcsolatos feladatokat.

Sok lehetőséget el tudunk még képzelni a módszer kivitelezéséhez. Így, ha valaki szívesen elküldené az eredményeket, de másképp szeretné csinálni, akkor egy rövid egyeztetés után nem látjuk ennek akadályát.

Kapcsolattartó: Vas Vivien

Email cím: szamelm.kiserlet@gmail.com

Matematika Tanulásméleti és -Pszichológiai Kutatócsoport, ELTE TTK, Matematika Intézet
Kutatócsoport vezető: Dr. Szabó Csaba egyetemi tanár

email: csaba@cs.elte.hu

Köszönettel: Matematika Tanulásméleti és -Pszichológiai Kutatócsoport