



## Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny 2009/2010 Matematika I. kategória (SZAKKÖZÉPISKOLA)

### Az 1. forduló feladatai

- Melyek azok az  $m \in Z$  számok, amelyekre az
$$(m-2) \cdot x^2 - 2mx - 1 = 0$$
egyenletnek legfeljebb egy, az
$$m \cdot x^2 + 3mx - 4 = 0$$
egyenletnek legalább egy valós gyöke van?
- Egy derékszögű háromszög átfogóját a beírt kör érintési pontja két szakaszra osztja. Bizonyítsa be, hogy a háromszög területének számértéke egyenlő ezen két szakasz hosszának a szorzatával!
- Melyik az a 10-es számrendszerben felírt,  $\overline{xyzu}$  alakú négyjegyű szám, amelynek számjegyeire teljesülnek az
$$u + z - 4x = 1 \quad \text{és}$$
$$u + 10z - 2y = 14$$
feltételek?
- Az  $ABC$  hegyesszögű háromszög  $M$  magasságpontja a  $CC_1$  magasságvonalon úgy helyezkedik el, hogy  $CM : MC_1 = 3 : 1$ . ( $C_1$  a magasság talppontja) Mekkora az  $AFB\angle$ , ha  $F$  a  $CC_1$  szakasz felezőpontja?
- Palkó uzsonnára palacsintát készített barátainak. Az asztalon három tálon van palacsinta. Az elsőn 8 darab túrós, 6 darab diós, és 10 darab lekváros van, a másodikon 12 darab túrós, 10 darab diós, és 8 darab lekváros, a harmadikon 8 darab diós, 12 darab lekváros és néhány túrós.
  - Palkó egyik barátja, Peti, véletlenszerűen vett mindegyik tálról egy-egy palacsintát. Tudjuk, hogy a Peti által választott három palacsinta  $\frac{3}{25}$  valószínűséggel volt azonos ízesítésű. Hány túrós palacsinta volt a harmadik tálon?
  - A harmadik tálon levő túrós palacsinták számától függően milyen határok közt változhat annak a valószínűsége, hogy Peti három azonos ízesítésű palacsintát vett ki? (Feltesszük, hogy a házigazda csak a harmadik tálon lévő túrós palacsinták számát változtatja.)
- Az  $ABC$  háromszög  $B$  és  $C$  csúcsainál fekvő belső szögfelezők az  $AC$  illetve  $AB$  oldalt a  $B_1$  illetve  $C_1$  pontokban metszik. Rajzoljuk meg az  $A$  csúcson keresztül a külső szögfelező  $e$  egyenest. A  $B_1$  ponton át a  $CC_1$  szögfelezővel, a  $C_1$  ponton át a  $BB_1$  szögfelezővel párhuzamos egyeneseket húzunk, amelyek az  $e$  egyenest a  $P$  illetve a  $Q$  pontokban metszik. Bizonyítsa be, hogy a  $BCQP$  négyszög csúcsai egy körön helyezkednek el!

**Minden feladat helyes megoldásáért 10 pont adható.**