A 2005/2006 tanévi Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny első fordulójának feladatainak megoldása

II. (programozás) kategória

Kérjük a tisztelt tanár kollégákat, hogy a dolgozatokat az egységes értékelés érdekében szigorúan az alábbi útmutató szerint pontozzák, a megadott részpontszámokat ne bontsák tovább! Vagyis ha egy részmegoldásra pl. 3 pontot javasolunk, akkor arra vagy 0, vagy 3 pont adható. (Az útmutatótól eltérő megoldások is lehetnek jók.)

Összpontszám: 100 pont **Beküldési határ: 40 pont**

1. feladat: Kapuk (16 pont)

Elektronikus áramköröket építhetünk fel kizárólag a NEM-VAGY (NOR) kapu használatával. Azaz a többi kapu (pl. NEM, VAGY, ÉS, KIZÁRÓVAGY, EKVIVALENCIA) ezzel az eggyel megvalósítható. Például NOT(A)=NOR(A,A). Működésüket egy-egy táblázattal adhatjuk meg:

A	B	A AND B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	A OR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	NOT A
0	1
1	0

A	B	A XOR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

A	B	A EQU B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	A NOR B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Add meg, hogy az AND, OR, XOR, EQU kapukat hogyan lehet megvalósítani NOR kapukkal!

Értékelés:

AND(A,B)=NOR(NOR(A,A),NOR(B,B)) 4 pont

OR(A,B)=NOR(NOR(A,B),NOR(A,B)) 4 pont

XOR(A,B)=NOR(NOR(A,B),NOR(NOR(A,A),NOR(B,B))) 4 pont

(azaz másképpen XOR(A,B)=NOR(NOR(A,B),AND(A,B)))

EQU(A,B)=NOR(NOR(A,NOR(B,B)),NOR(NOR(A,A),B))) 4 pont

Minden olyan megoldásra, amely több NOR kaput használ, fele pontszám adható. Ilyen pl. az EQU(A,B)=NOR(XOR(A,B),XOR(A,B)) megoldás.

2. feladat: Kupac (20 pont)

A kupac adatstruktúra egy olyan N elemű tömbként képzelhető el, ahol a tömb minden i eleméről tudjuk, hogy T(i)≤T(2*i) és T(i)≤T(2*i+1), ha 2*i≤N, illetve 2*i+1≤N. Az alábbi eljárást írtuk hozzá: (feltehető, hogy T(N+1) értéke biztos kisebb X-nél)

```
Módosít(T,N,i,X):
  Ha T(i)>X akkor
    Ciklus amíg i>1 és T(i div 2)>X
      T(i):=T(i div 2); i:=i div 2
    Ciklus vége
  különben ha T(i)<X akkor
    Ciklus amíg i≤N div 2 és (X>T(2*i) vagy X>T(2*i+1))
      Ha 2*i+1>N vagy T(2*i)≤T(2*i+1)
          akkor T(i):=T(2*i); i:=2*i
       különben T(i):=T(2*i+1); i:=2*i+1
    Ciklus vége
  Elágazás vége
  T(i):=X
Eljárás vége.
```

Kezdetben a tömb tartalma legyen: N=10, T=(3,8,5,11,9,6,20,13,12,10)!

A. Mi lesz a T tömb tartalma a Módosít(T,N,8,7), a Módosít(T,N,7,10) és a Módosít(T,N,10, 2) műveletek végrehajtása után? Mindegyik után add meg a T tömböt, a másodikat az első eljáráshívás eredményére, a harmadikat a második eljáráshívás eredményére alkalmazd!

B. Mi lesz a T tömb tartalma a Módosít(T,N,1,7), majd utána a Módosít(T,N,2,11) műveletek végrehajtása után? Az eredeti T tömbre add meg a választ!

Értékelés:

A.	Módosít(T,N,8,7) → T=(3,7,5,8,9,6,20,11,12,10)	4 pont
	Módosít(T,N,7,10) → T=(3,7,5,8,9,6,10,11,12,10)	4 pont
	Módosít(T,N,10,2) → T=(2,3,5,8,7,6,10,11,12,9)	4 pont
B.	Módosít(T,N,1,7) → T=(5,8,6,11,9,7,20,13,12,10)	4 pont
	Módosít(T,N,2,11) → T=(5,9,6,11,10,7,20,13,12,11)	4 pont

Megjegyzés: 2-2 pont adható, ha a második vagy a harmadik műveletet az eredeti tömbre alkalmazza.

3. feladat: Bors (24 pont)

Egy dobozban fekete és fehér borsszemeket tárolunk. Véletlenszerűen kiveszünk 3 szemet. Ha mindhárom fekete, akkor nem teszünk semmit. Ha két fekete van köztük, akkor mind a hármat visszarakjuk. Ha két fehér van köztük, akkor a feketét visszarakjuk. Ha mindhárom fehér, akkor pedig egy fehéret rakunk vissza. Ha kettőnél több bors maradt, akkor a maradékra fenti algoritmus újra kezdődik.

A: Hogyan változik a fekete, illetve a fehér borsszemek száma az algoritmus végrehajtása során?

B. A borsszemek számának milyen lényeges tulajdonsága nem változik meg az algoritmus végrehajtása során?

C. Milyen kiinduló állapot esetén kerülhetünk végtelen ciklusba az algoritmus végrehajtása során?

D. Mitől függ, hogy a végén hány bors marad és azok milyen színűek?

Értékelés:

A.	A feketék száma vagy hárommal csökken, vagy marad	2 pont
	A fehérek száma kettővel csökken vagy marad	2 pont
B.	A feketéknél a hárommal osztás maradéka változatlan	2 pont

A fehéreknél pedig a kettővel osztás maradéka változatlan 2 pont

C. Végtelen ciklusba kerülünk, ha a végén 2 fekete és egy fehér bors marad (mert mind visszatesszük), azaz kezdetben a feketék száma hárommal osztási maradéka 2 volt, a fehérek száma pedig páratlan 4 pont

D. Fekete 3*x típusú, fehér páros → két fehér bors marad vagy nem marad bors 2+2 pont

Fekete 3*x típusú, fehér páratlan → egy fehér bors marad 2 pont

Fekete 3*x+1 típusú, fehér páros → egy fekete bors marad 2 pont

Fekete 3*x+1 típusú, fehér páratlan → egy fehér és egy fekete bors marad 2 pont

Fekete 3*x+2 típusú, fehér páros → két fekete bors marad 2 pont

4. feladat: Tükörszó (18 pont)

Egy karaktersorozat *tükörszó*, vagy *palindrom*, ha szimmetrikus, azaz ha balról jobbra és jobbról balra olvasva azonos.

Például 2 karakter beszúrásával az S=„Ab3bd” karaktersorozat palindrommá alakítható („dAb3bAd” vagy „Adb3bdA” is lehet belőle). Kettőnél kevesebb karakter beszúrásával azonban ebből a karaktersorozatból nem állítható elő palindrom.

Jelöljük ***M(i, j)***-vel minden ***(i, j) 1≤i≤j≤N*** indexpárra, hogy az ***S[i..j]=S[i]...S[j]*** szó legkevesebb hány betű-beszúrással tehető tükörszóvá!

A. Add meg, hogy ***S***=”FAKANÁL” esetén hogyan néz ki az ***M*** mátrix!

B. Adj képletet ***M(i, j)*** kiszámítására!

Értékelés: (az ábrán a bal felső sarok az (1,1) koordinátájú, ha a versenyző másképp indexelte, azt is el kell fogadni)

A. Az átlóban és alatta 0-k vannak 1 pont

0	**1**	**2**	**1**	**2**	**3**	**4**
0	**0**	**1**	**0**	**1**	**2**	**3**
0	**0**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
0	**0**	**0**	**0**	**1**	**2**	**3**
0	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**	**2**
0	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**1**
0	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**

Az átló fölött 1-esek 1 pont

Az afölötti átlóban 2-esek, de a második sorban 0 1+1 pont

A következőben két 1-es, két 3-as 1+1 pont

A következőben két 2-es, egy 4-es 1+1 pont

A következőben két 3-as 1 pont

A jobb felső sarokban egy 4-es 1 pont

B. $$M(i,j)=\begin{cases}0 & \text{ha } i \ge j & 1\ pont\\ M(i+1,j-1) & \text{ha } i<j \text{ és } S[i]=S[j] & 3\ pont\\ 1+Min(M(i+1,j),M(i,j-1)) & \text{ha i < j és } S[i]\ne S[j] & 4\ pont\end{cases}$$

5. feladat: Logika (22 pont)

Egy logikai programozási nyelven alapismereteket és következtetési szabályokat adhatunk meg.

Alapismeret lehet például:

```
apja(”Nagy János”,”Nagy Péter”).
anyja(”Fekete Éva”,”Nagy Péter”).
```

Szabályok például:

```
szülője(X,Y) ha apja(X,Y) vagy anyja(X,Y).
nagyszülője(X,Y) ha szülője(X,Z) és szülője(Z,Y).
őse(X,Y) ha szülője(X,Y) vagy szülője(X,Z) és őse(Z,Y).
```

Az utolsó szavakkal megfogalmazva: akkor őse X Y-nak ha szülője, vagy pedig akkor, ha van olyan Z, akinek X a szülője és a Z őse az Y-nak.

A. Milyen rokonsági kapcsolatot határoznak meg az alábbi szabályok:

```
A1. rokon1(X,Y) ha szülője(Z,Y) és apja(X,Z).
A2. rokon2(X,Y) ha apja(X,Y) vagy anyja(Z,Y) és rokon2(X,Z).
```

B. Írd meg a következő rokoni kapcsolatokat leíró szabályokat:

B1. Az X anyai dédapja az Y-nak

B2. Az X olyan férfiutódja Y-nak, akinek van gyereke

Értékelés:

A1. X nagyapja Y-nak (vagy: X olyan férfi, akinek Y az unokája) 3 pont

A2. Az X az Y egy anyai ágú ősnek az apja (azaz Y apja, vagy Y anyjának az apja, vagy Y anyja anyjának az apja, ...) 5 pont

`B1. anyaidédapa(X,Y) ha apja(X,Z) és`	2 pont
`szülője(Z,P) és`	2 pont
`anyja(P,Y).`	2 pont
`B2. férfiutód(X,Y) ha szülője(Y,X) és`	2 pont
`apja(X,Q) vagy`	2 pont
`szülője(Y,Z) és férfiutód(X,Z).`	4 pont
Más megoldás: `férfiutód(X,Y) ha őse(Y,X)`	6 pont
`és apja(X,Q).`	2 pont

<u>Megjegyzés</u>: Q helyén bármi X,Y,Z-től különböző jel lehet.