

II. (programozás) kategória

1. feladat: Kapuk (16 pont)

Elektronikus áramköröket építhetünk fel kizárólag a NEM-VAGY (NOR) kapu használatával. Azaz a többi kapu (pl. NEM, VAGY, ÉS, KIZÁRÓVAGY, EKVIVALENCIA) ezzel az eggyel megvalósítható. Például $\text{NOT}(A)=\text{NOR}(A,A)$. Működésüket egy-egy táblázattal adhatjuk meg:

A	B	A AND B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	A OR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	NOT A
0	1
1	0

A	B	A XOR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

A	B	A EQU B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	A NOR B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Add meg, hogy az AND, OR, XOR, EQU kapukat hogyan lehet megvalósítani NOR kapukkal!

2. feladat: Kupac (20 pont)

A kupac adatstruktúra egy olyan N elemű tömbként képzelhető el, ahol a tömb minden i eleméről tudjuk, hogy $T(i) \leq T(2*i)$ és $T(i) \leq T(2*i+1)$, ha $2*i \leq N$, illetve $2*i+1 \leq N$. Az alábbi eljárást írtuk hozzá: (feltehető, hogy $T(N+1)$ értéke biztos kisebb X -nél)

```
Módosít (T, N, i, X) :
  Ha T(i) > X akkor
    Ciklus amíg i > 1 és T(i div 2) > X
      T(i) := T(i div 2); i := i div 2
    Ciklus vége
  különben ha T(i) < X akkor
    Ciklus amíg i ≤ N div 2 és (X > T(2*i) vagy X > T(2*i+1))
      Ha 2*i+1 > N vagy T(2*i) ≤ T(2*i+1)
        akkor T(i) := T(2*i); i := 2*i
      különben T(i) := T(2*i+1); i := 2*i+1
    Ciklus vége
  Elágazás vége
  T(i) := X
Eljárás vége.
```

Kezdetben a tömb tartalma legyen: $N=10$, $T=(3,8,5,11,9,6,20,13,12,10)$!

A. Mi lesz a T tömb tartalma a $\text{Módosít}(T,N,8,7)$, a $\text{Módosít}(T,N,7,10)$ és a $\text{Módosít}(T,N,10,2)$ műveletek végrehajtása után? Mindegyik után add meg a T tömböt, a másodikat az első eljáráshívás eredményére, a harmadikat a második eljáráshívás eredményére alkalmazd!

B. Mi lesz a T tömb tartalma a $\text{Módosít}(T,N,1,7)$, majd utána a $\text{Módosít}(T,N,2,11)$ műveletek végrehajtása után? Az eredeti T tömbre add meg a választ!

3. feladat: Bors (24 pont)

Egy dobozban fekete és fehér borsszemeket tárolunk. Véletlenszerűen kivesszünk 3 szemet. Ha mindhárom fekete, akkor nem teszünk semmit. Ha két fekete van köztük, akkor mind a hármat visszarakjuk. Ha két fehér van köztük, akkor a feketét visszarakjuk. Ha mindhárom fehér, akkor pedig egy fehéret rakunk vissza. Ha kettőnél több bors maradt, akkor a maradékra fenti algoritmus újra kezdődik.

A: Hogyan változik a fekete, illetve a fehér borsszemek száma az algoritmus végrehajtása során?

B. A borsszemek számának milyen lényeges tulajdonsága nem változik meg az algoritmus végrehajtása során?

C. Milyen kiinduló állapot esetén kerülhetünk végtelen ciklusba az algoritmus végrehajtása során?

D. Mitől függ, hogy a végén hány bors marad és azok milyen színűek?

4. feladat: Tükörszó (18 pont)

Egy karaktorsorozat *tükörszó*, vagy *palindrom*, ha szimmetrikus, azaz ha balról jobbra és jobbról balra olvasva azonos.

Például 2 karakter beszúrásával az $S = „Ab3bd”$ karaktorsorozat palindrommá alakítható („dAb3bAd” vagy „Adb3bdA” is lehet belőle). Kettőnél kevesebb karakter beszúrásával azonban ebből a karaktorsorozatból nem állítható elő palindrom.

Jelöljük $M(i, j)$ -vel minden (i, j) $1 \leq i \leq j \leq N$ indexpárra, hogy az $S[i..j] = S[i]...S[j]$ szó legkevesebb hány betű-beszúrással tehető tükörszóvá!

A. Add meg, hogy $S = „FAKANÁL”$ esetén hogyan néz ki az M mátrix!

B. Adj képletet $M(i, j)$ kiszámítására!

5. feladat: Logika (22 pont)

Egy logikai programozási nyelven alapismereteket és következtetési szabályokat adhatunk meg.

Alapismeret lehet például:

apja(„Nagy János”, „Nagy Péter”).
anyja(„Fekete Éva”, „Nagy Péter”).

Szabályok például:

szülője(X, Y) ha apja(X, Y) vagy anyja(X, Y).
nagyszülője(X, Y) ha szülője(X, Z) és szülője(Z, Y).
őse(X, Y) ha szülője(X, Y) vagy szülője(X, Z) és őse(Z, Y).

Az utolsó szavakkal megfogalmazva: akkor őse X Y -nak ha szülője, vagy pedig akkor, ha van olyan Z , akinek X a szülője és a Z őse az Y -nak.

A. Milyen rokonsági kapcsolatot határoznak meg az alábbi szabályok:

A1. rokon1(X, Y) ha szülője(Z, Y) és apja(X, Z).

A2. rokon2(X, Y) ha apja(X, Y) vagy anyja(Z, Y) és rokon2(X, Z).

B. Írd meg a következő rokoni kapcsolatokat leíró szabályokat:

B1. Az X anyai dédapja az Y -nak

B2. Az X olyan férfiutódja Y -nak, akinek van gyereke

Elérhető összpontszám: 100 pont