

1. feladat

Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$\log_3 \frac{3}{x} \cdot \log_2 x - \log_3 \frac{x^3}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} + \log_2 x \quad (8 \text{ pont})$$

2. feladat

Melyek azok az x, y racionális számokból álló számpárok, amelyekre teljesül, hogy

$$4x - y = \frac{625}{y^2} \quad \text{és} \quad x - 4y = \frac{625}{x^2} ? \quad (8 \text{ pont})$$

3. feladat

Egy körbe beírtunk egy szabályos háromszöget. Egyik oldalával párhuzamosan olyan szelőt húztunk, mely metszi a háromszög másik két oldalát és a kapott húr $\frac{5}{7}$ -ed része van a háromszögön belül. Tudjuk még azt is, hogy mind a háromszög oldala, mind a húr háromszögön belüli és azon kívüli darabjainak mérőszáma egész szám.

- a) Mekkora a legkisebb ilyen háromszög oldala?
b) Milyen távol van ez a húr a kör középpontjától? (10 pont)

4. feladat

Az (a_n) sorozatban $a_{n+1} = 4 \cdot a_n - a_n^2$.

Milyen a_1 egész szám esetén lesz a sorozat egy bizonyos tagtól kezdve állandó? (12 pont)

5. feladat

Az ABC derékszögű háromszögben a C csúcsból az AB átfogóra rajzolt magasságvonal az AB átfogót a D pontban metszi. A CD szakasz felezőpontja O, az A pontot az O-val összekötő egyenesnek a BC-vel való közös pontja M.

Mutassa meg, hogy $\frac{CM}{MB} = \cos^2 \alpha$, ahol α a háromszög A csúcsánál levő belső szöveget jelenti! (12 pont)