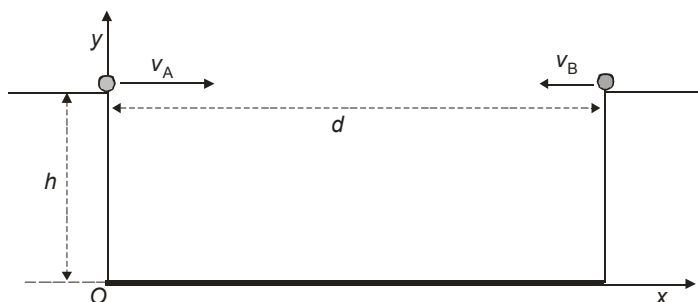


**1. feladat** *Vízszintes, sima, merev talaj felett azonos  $h = 3,2$  m magasságban, egymástól  $d = 9$  m távolságból két azonos tömegű, rugalmas A és B golyót  $v_A = 6$  m/s ill.  $v_B = 3$  m/s sebességgel vízszintesen egymás felé elhajítunk. Hol lesz a két golyó  $t = 1,2$  s múlva?*

*(Az ütközések abszolút rugalmasak, a súrlódás mindenütt elhanyagolható. Számoljunk  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>-tel! Adjuk meg a kérdéses pillanatban a két golyó  $x$  és  $y$  koordinátáját! Legyenek az A golyó koordinátái a kezdőpillanatban  $x_A = 0$ ;  $y_A = 3,2$  m!)*



**Megoldás:**

A golyók mozgása két független mozgásra bontható: az egyik mozgás egyenes vonalú egyenletes, a másik szabadesés. Mivel a mozgás két parabola pályája egy közös síkban van, és az indítás egyszerre történt, bizonyos, hogy a két golyó egymással ütközni fog. A golyók egyszerre érnek a talajra

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0,8\text{s}$$

múlva. Mivel a golyók vízszintes sebességét a talajjal való ütközés nem befolyásolja, így az indulástól számítva

$$t_2 = \frac{d}{v_A + v_B} = 1\text{s}$$

múlva ütköznek és ekkor vízszintes sebességük felcserélődik. Az ütközés helyének koordinátái:

$$x_0 = 6\text{m}; \quad y_0 = 0.$$

Innentől az A golyó sebessége 3m/s, tehát 0,2s alatt 0,6m-t mozdul el az origó felé. A B golyó sebessége 6m/s, az origótól 1,2m-t távolodik. Tehát a golyók vízszintes koordinátája az indulás után 1,2s múlva:

$$x_A = 5,4 \text{ m}; \quad x_B = 7,2 \text{ m}.$$

A golyók függőleges sebessége minden pillanatban ugyanakkora és a talajjal való ütközéskor irányt vált. A talajon a golyók sebessége

$$v_0 = gt_1 = 8\text{m/s}.$$

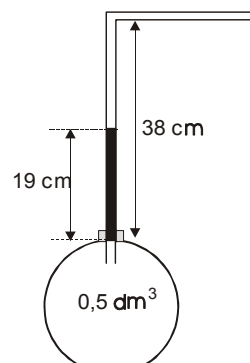
Visszapattanás után  $t_2 = 0,4\text{s}$  alatt

$$y = v_0 t_2 - \frac{g}{2} t_2^2 = 8\text{m/s} \cdot 0,4\text{s} - 5 \cdot 0,4^2 = 2,4\text{m}$$

magasra emelkednek. A golyók függőleges koordinátái az indulás után 1,2s múlva:

$$y_A = \quad = \quad y_B = \quad = \quad 2,4\text{m}.$$

**2. feladat.** Az ábrán látható,  $T_1 = 300\text{ K}$  kezdeti hőmérsékletű levegőt tartalmazó lombikhoz meghajlított, mindkét végén nyitott üvegcső csatlakozik. A cső alján levő könnyű dugattyú higanyoszlopot zár el a lombiktól az ábra szerint. A lombik térfogata  $V = 0,5\text{ dm}^3$ , az üvegcső egyenletes keresztmetszete  $A = 1\text{ cm}^2$ . Az üvegcső függőleges szárának a lombikból kiálló része  $l = 38\text{ cm}$  hosszú, a higanyoszlop 19 cm magas.



a) Hány gramm levegőt tartalmaz a lombik?

b) A lombik hőmérsékletének óvatos változtatásával (egyensúlyi helyzeteken keresztül) elérjük, hogy a higany teljes egészében a vízszintes csőszakaszba nyomuljon. A folyamat során összesen mennyi hőt vett fel (mekkora a felvett és leadott hő algebrai összege) a lombikba zárt levegő, és mekkora a belső energiájának megváltozása? (A levegő móltömege  $29\text{ g/mol}$ , a külső légnyomás  $10^5\text{ Pa}$ , számoljunk  $g = 10\text{ m/s}^2$ -tel. A többi adatot vegyük a táblázatból!)

### Megoldás:

A feladat megoldásához sok adat szükséges, ezért érdemes ezeket összegyűjteni.

$$T_1 = 300\text{ K}; V_{\text{lombik}} = 0,5\text{ dm}^3; p_{\text{külső}} = 10^5\text{ Pa}; \ell = 38\text{ cm}; h = 19\text{ cm}; A = 1\text{ cm}^2;$$

$$M_{\text{levegő}} = 29\frac{\text{g}}{\text{mol}}; g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}; c_v = 0,712\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}; \rho_{\text{Hg}} = 13600\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

a) A lombikban lévő levegő tömege:

$$m = \frac{M_{\text{lev}} p V_{\text{lomb}}}{RT_1},$$

ahol  $p$  a lombikban lévő levegő nyomása:

$$p = p_{\text{külső}} + h\rho_{\text{Hg}}g = 10^5\text{ Pa} + 0,19\text{ m} \cdot 13600\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1,26 \cdot 10^5\text{ Pa}.$$

A levegő tömege tehát:

$$m = \frac{29\frac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot 1,26 \cdot 10^5\text{ Pa} \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}\text{ m}^3}{8,314\frac{\text{J}}{\text{molK}} \cdot 300\text{ K}} = 0,73\text{ g}.$$

b) A végállapot hőmérséklete

$$T_2 = \frac{M_{\text{lev}} p_{\text{külső}} (V_{\text{lomb}} + \ell A)}{mR} = \frac{29\frac{\text{g}}{\text{mol}}}{0,73\text{ g}} \cdot \frac{10^5\text{ Pa} \cdot 5,38 \cdot 10^{-4}\text{ m}^3}{8,314\frac{\text{J}}{\text{molK}}} = 257\text{ K}$$

$$\text{A hőmérsékletváltozás} \quad \Delta T = -43\text{ K}.$$

A belső energia megváltozása:

$$\Delta E = c_v m \Delta T = 0,712\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \cdot 7,3 \cdot 10^{-4}\text{ kg} \cdot (-43\text{ K}) = -22,3\text{ J}.$$

A levegő tágulása közben végzett munka:

$$W = W_1 + W_2,$$

ahol

$$W_1 = p(hA) = 1,26 \cdot 10^5\text{ Pa} \cdot 19 \cdot 10^{-6}\text{ m}^3 = 2,39\text{ J},$$

$$W_2 = \frac{p + p_{\text{külső}}}{2} \cdot (hA) = 1,13 \cdot 10^5\text{ Pa} \cdot 19 \cdot 10^{-6}\text{ m}^3 = 2,15\text{ J}.$$

A felvett (jelen esetben leadott) hő az I. főtétel alapján:

$$Q = \Delta E + W = -17,76\text{ J}.$$

**3/A feladat.** Valamely ellenállást váltakozó feszültségre kötve, az ellenálláson leadott teljesítmény 1 W. Ha egy kondenzátort is sorba kapcsolunk vele, akkor az ellenállásra jutó teljesítmény 0,5 W. Ha egy tekercset kötünk sorba az ellenállással (a kondenzátor most nincs ott), akkor a hatásos teljesítmény 0,25 W lesz. Határozzuk meg a hatásos teljesítményt, ha az ellenállással mind a kondenzátor, mind a tekercs sorosan be van kötve az áramkörbe!

**Megoldás:**

$$P_1 = RI_{\text{eff}R}^2 = 1W$$

$$P_2 = RI_{\text{eff}RC}^2 = 0,5W,$$

$$P_3 = RI_{\text{eff}RL}^2 = 0,25W.$$

Ezek alapján

$$I_{\text{eff}R}^2 : I_{\text{eff}RC}^2 : I_{\text{eff}RL}^2 = 1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{4}$$

$$I_{\text{eff}R}^2 = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R^2}, \quad I_{\text{eff}RC}^2 = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}, \quad I_{\text{eff}}^2 = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R^2 + (L\omega)^2}.$$

$$\frac{\frac{U_{\text{eff}}^2}{R^2}}{\frac{U_{\text{eff}}^2}{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}} = 2.$$

amiből

$$\frac{1}{C\omega} = R.$$

Hasonló módon kaphatjuk, hogy

$$L\omega = \sqrt{3}R.$$

Mindhárom elem sorba kapcsolásakor

$$\frac{I_{\text{eff}R}^2}{I_{\text{eff}RLC}^2} = \frac{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}{R^2} = \frac{R^2 + (\sqrt{3}R - R)^2}{R^2} = \frac{R^2(1 + 3 + 1 - 2\sqrt{3})}{R^2} = 5 - 2\sqrt{3} = 1,54.$$

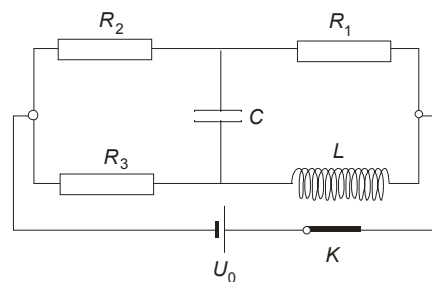
Mivel

$$I_{\text{eff}RLC} = \frac{I_{\text{eff}R}^2}{1,54} = 0,65I_{\text{eff}R}^2,$$

a három elem soros kapcsolása esetén a hatásos teljesítmény

$$P_4 = 0,65W.$$

**3/B feladat.** Ohmikus ellenállások, kondenzátor, elhanyagolható ohmos ellenállású önindukciós tekercs, feszültségforrás és kapcsoló felhasználásával létrehoztuk az ábrán látható áramkört. A  $K$  kapcsolót hosszabb ideig zárva tartjuk, majd kinyitjuk. Határozzuk meg az egyes kapcsolási elemek feszültségeit és az egyes ágakban folyó áramok erősségeit közvetlenül a kapcsoló nyitását követő pillanatban/ ( $U_0 = 100 \text{ V}$ ,  $R_1 = R_2 = R_3 = 500 \text{ } \Omega$ .)



**Megoldás:**

Lásd: I. kategória 3/B feladat megoldása.