OKÉV
Országos Közoktatási Értékelési és Vizsgaközpont

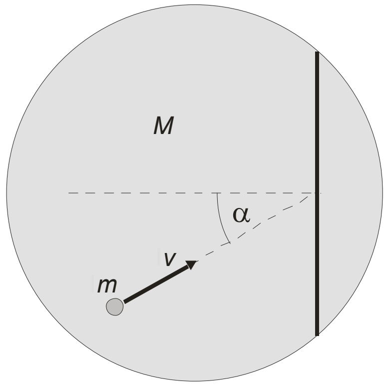
A 2004/2005. tanévi Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny második fordulójának feladatmegoldásai FIZIKÁBÓL (I. kategória)

1. feladat *Sima jégen nyugvó homogén jégkorongra egyik húrja mentén függőleges, merev, sima lemez van rögzítve. A korongon egy kisebb korong nyugszik. A kis korongnak* v = 2 m/s *sebességet adunk, amelynek iránya* $\alpha = 30^{\circ}$*-os szöget zár be a lemez normálisával, és éppen a lemez közepén abszolút rugalmasan ütközik a lemezzel.*

a) Mekkora szöget zár be a visszapattanás után a kis korong sebességvektora a beesési merőlegessel?

b) Mekkora a két korong elmozdulása az ütközéstől számított 0,2 s *múlva?*

A kis korong tömege m, a nagy korong tömege M = 2*m. A súrlódás a talajon és a korongok között elhanyagolhatóan kicsi.*



Megoldás:

a) A korongfelületek és a lemez súrlódásmentesek, így a lemez csak rá merőleges erőt tud kifejteni. Az ütközés a lemeznek olyan pontjában történik, amelynél a lemezre (a nagy korongra) ható erő hatásvonala átmegy a nagy korong rendszerének tömegközéppontján, tehát forgás nem jön létre. Így két abszolút rugalmasan ütköző tömegpont összefüggéseivel írható le az ütközés előtti és utáni sebességek *x* irányú vetülete, és figyelemre méltó, hogy *y* irányban a nagy korong nem mozdul el, a kicsi pedig megtartja eredeti *y* irányú sebességkomponensét.
A kis korong ütközés előtti sebességének lemezre merőleges komponense

$$v_x = v\cos\alpha = \sqrt{3}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}},$$

párhuzamos komponense:

$$v_y = v\sin\alpha = 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

A lendület megmaradás tétele *x* irányra: (U a nagy korong sebességét jelöli)

$$mv_x = mu_x + 2mU$$

Az energia megmaradását kifejező egyenlet:

$$\frac{1}{2}m\left(v_x^2 + v_y^2\right) = \frac{1}{2}m\left(u_x^2 + u_y^2\right) + \frac{1}{2}MU^2$$

Figyelembe véve a tömegarányokat, valamint azt, hogy $v_y = u_y$, egyenleteink így írhatók:

$$v_x - u_x = 2U$$

$$v_x^2 - u_x^2 = 2U$$

Ezekből az egyenletekből az ismert átalakítások után

$$v_m + u_1 = u_2\,,$$

$$u_x = -\frac{v_x}{3} = -\frac{1}{\sqrt{3}}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},$$

$$U = \frac{2}{3}v_x = \frac{2}{\sqrt{3}}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

a) A visszapattanó kis korong sebességének a lemez normálisával bezárt szöge:

$$tg\beta = \frac{v_y}{u_x} = \sqrt{3},$$
$$\beta = 60^o$$

b) Az ütközés utáni elmozdulások:
A kis korong elmozdulása:

$$s_1 = \sqrt{u_x^2 + v_y^2} \cdot t = \sqrt{\frac{3}{9} + 1} \cdot 0{,}2 = \sqrt{\frac{4}{3}} \cdot 0{,}2 = 0{,}23\text{m}.$$

A nagy korong elmozdulása:

$$s_2 = u_2 \cdot t = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 0{,}2 = 0{,}23\text{m}.$$

2. feladat *Hőlégballon tömege utasaival együtt, de a bezárt levegő tömege nélkül* 320 kg. *A ballonon kívül a légnyomás* $1{,}01 \cdot 10^5$ Pa, *a levegő sűrűsége* 1,29 kg/m^3. *A fölemelkedéshez a ballon belsejében a levegőt föl kell melegíteni. A fölmelegedett ballon térfogata* 650 m^3. *A ballon belsejében a nyomás a külső légnyomással egyenlő marad. Milyen hőmérsékletre kell fölmelegíteni a levegőt, hogy a ballon éppen fölemelkedjen? A levegő móltömege* 29 g/mol.

Megoldás:

A megadott adatok alapján a légkör hőmérséklete T_1 =273K. A fölmelegített ballonban lévő levegő tömege

$$m_2 = \frac{MpV}{RT_2} \quad .$$

A ballon és az utasok tömegét jelöljük m_1*-gyel!*. A kiszorított hideg levegő tömege

$$m = V_{ballon} \cdot \rho_{lev}$$

A fölemelkedéshez fenn kell állnia az alábbi összefüggésnek:

$$m_1 + m_2 = m\,.$$

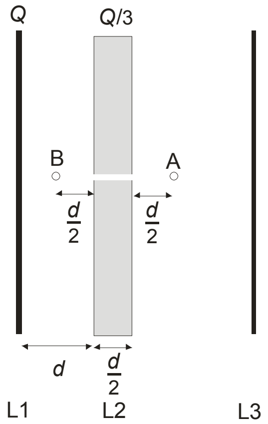
Ebből

$$m_2 = \frac{MpV}{RT_2} = m - m_1 = 650\text{m}^3 \cdot 1{,}29\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 320\text{kg} = 518{,}5\text{kg}.$$

A ballonban lévő levegő hőmérséklete

$$T_2 = \frac{MpV}{Rm_2} = \frac{29 \cdot 10^{-3}\,\text{kg} \cdot 1{,}01 \cdot 10^5\,\text{Pa} \cdot 650\text{m}^3}{8{,}314\frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 518{,}5\text{kg}} = 442\text{K}.$$

A gázt tehát 169$^{\text{o}}$C-ra kell fölmelegíteni.



3/A feladat *Egy* L1 *fémlemezre a vele párhuzamos* L3-*ból egy* $Q = 6\cdot10^{-10}$ C *töltést viszünk át, majd a fémlemez felületétől* d = 4 mm *távolságba behelyezünk egy* $d/2$ *vastagságú* L2 *fémlemezt. Erre a lemezre szintén az* L3 *lemezről* $Q/3$ *töltést viszünk. Ettől a lemeztől szimmetrikusan a felülettől* $d/2$ *távolságra van az A és a B pont. A lemezek területe* A =1 dm^2.

a) *Mekkora sebességgel érkezik az A pontból induló elektron a lemezen lévő kis lyukon át a B pontba?*
b) *Milyen nagyságú és előjelű töltés található a* $Q/3$ *töltésű lemez két párhuzamos felületén?*

Megoldás:

b) Az L3 lemezről átvittünk a másik két lemezre $4/3Q$ töltést, ezért az L3 lemezen ($-4/3Q$) töltés maradt.
Az L1 lemezre $+Q$ töltést vittünk, emiatt az L2 lemez bal oldalán megosztás miatt ($-Q$) töltés jelent meg.
Az L2 lemez jobb oldalán a fentiek miatt $\frac{4}{3}Q$ töltés helyezkedik el.
Így az L2 lemezen összesen $+1/3\ Q$ töltés van.

a) Az L1 és az L2 lemezek között a térerősség

$$E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_o} = \frac{Q}{\varepsilon_o A}.$$

Az L2 és az l3 lemezek között a térerősség

$$E_2 = \frac{4}{3}\frac{Q}{\varepsilon_o A}.$$

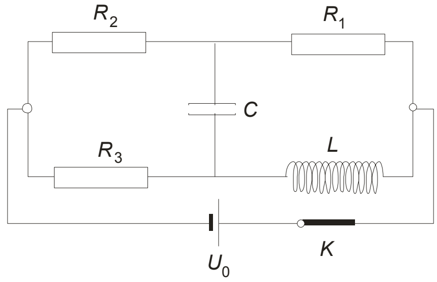
Mindkét térerősség vektor jobb felé mutat.
Az elektron A-tól az L2 lemezig, majd az L2 lemez bal oldalától a B pontig gyorsul (Az L2 lemez belsejében zérus a térerősség.). Az elektromos mezőben gyorsuló elektronra alkalmazzuk a munkatételt!

$$\frac{1}{2}mv^2 = e\left(E_2\cdot\frac{d}{2}\right) + e\left(E_1\cdot\frac{d}{2}\right) = e(E_1+E_2)\frac{d}{2} = \frac{7}{3}\frac{d}{2}\frac{eQ}{\varepsilon_o A}.$$

Ebből

$$v = \sqrt{\frac{7}{3}\cdot\frac{deQ}{\varepsilon_o mA}} = \sqrt{\frac{7\cdot4\cdot10^{-3}\,\mathrm{m}\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\,C\cdot6\cdot10^{-10}\,C}{3\cdot8{,}8\cdot10^{-12}\,\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{Nm}^2}\cdot9{,}1\cdot10^{-31}\,\mathrm{kg}\cdot10^{-2}\,\mathrm{m}^2}} = 3{,}34\cdot10^6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

3/B feladat. *Ohmikus ellenállások, kondenzátor, elhanyagolható ohmos ellenállású önindukciós tekercs, feszültségforrás és kapcsoló felhasználásával létrehoztuk az ábrán látható áramkört. A K kapcsolót hosszabb ideig zárva tartjuk, majd kinyitjuk. Határozzuk meg az egyes kapcsolási elemek feszültségeit és az egyes ágakban folyó áramok erősségeit közvetlenül a kapcsoló nyitását követő pillanatban/*
(U_0 = 100 V, $R_1 = R_2 = R_3 = 500\ \Omega$.)



Megoldás:
A kapcsoló zárt állásánál az R_1 és az R_2 ellenállásokon $I_1 = I_2 = 0{,}1$A áram, az R_3 ellenálláson pedig $I_3 = 0{,}2$ A áram folyik, mert az egyenárammal átjárt tekercsen csak a ki-és bekapcsoláskor jelentkezik feszültségesés. Az ellenállásokra eső feszültségek rendre

$$U_1 = U_2 = \frac{U_0}{2} = 50\text{V}, \qquad U_3 = 100\text{V}.$$

A kondenzátorra eső feszültség ezek alapján

$$U_C = 50\text{V}.$$

A kapcsoló nyitása utáni pillanatban a kondenzátor feszültsége a rajta lévő töltés miatt 50V. Az R_2 és az R_3 ellenállásokon

$$I_2' = I_3' = \frac{U_C}{R_2 + R_3} = \frac{50\text{V}}{1000\Omega} = 0{,}05\text{A}$$

áram fog folyni.
Az R_1 ellenállás most a tekerccsel soros kapcsolást képez. A tekercsben folyó áram az önindukció miatt nem változik ugrásszerűen, így a kapcsoló nyitása utáni pillanatban a tekercsen és az R_1 ellenálláson akkora áram fog folyni, amekkora a zárt kapcsoló esetén folyt a tekercsen, tehát $I_L = I_1' = 0{,}2$A. Ekkora áramerősség mellett az R_1 ellenálláson eső feszültség

$$U_1' = I_1' \cdot R_1 = 100\text{V}.$$

A tekercsre eső feszültség pedig az

$$U_C = U_1 - U_L$$

összefüggés alapján

$$U_L = 150\text{V}.$$