



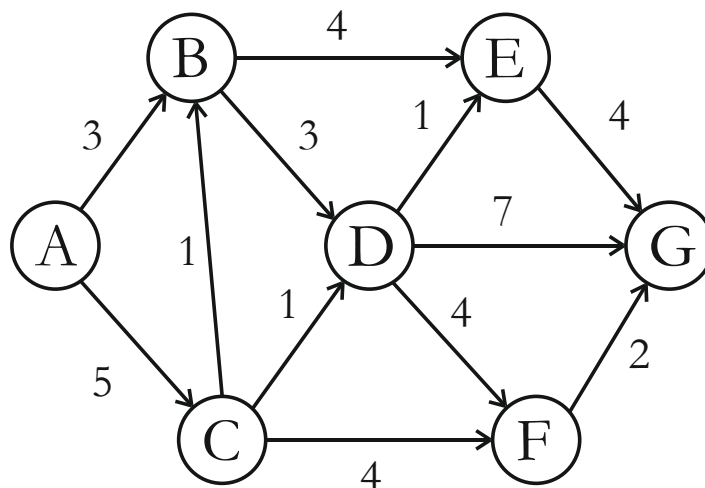
## A 2019/2020 tanévi Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny első forduló javítási-értékelési útmutató

### INFORMATIKA II. (programozás) kategória

Kérjük a tisztelt tanár kollégákat, hogy a dolgozatokat az egységes értékelés érdekében szigorúan az alábbi útmutató szerint pontozzák, a megadott részpontszámokat ne bontsák tovább! Vagyis ha egy részmegoldásra pl. 3 pontot javasolunk, akkor arra vagy 0, vagy 3 pont adható. (Az útmutatótól eltérő megoldások is lehetnek jók.)

**1. feladat:** Mikorra érhet oda (60 pont)

Az alábbi ábrán egy sétapálya látható, amelyről tudjuk, hogy egy ember melyik szakaszt mennyi idő alatt tudja bejárni. A pályán a nyilaknak megfelelő irányba lehet haladni.



A. Add meg, hogy merre kell menni A-ból G-be, hogy G-be a lehető leghamarabb érjünk! Több megoldás esetén az összes útvonalat add meg!

B..G. Add meg, hogy az egyes pontokra (B..G) leghamarabb mennyi idő alatt lehet odaérni az A pontból indulva, illetve, hogy ezt hányféleképpen lehet megtenni!

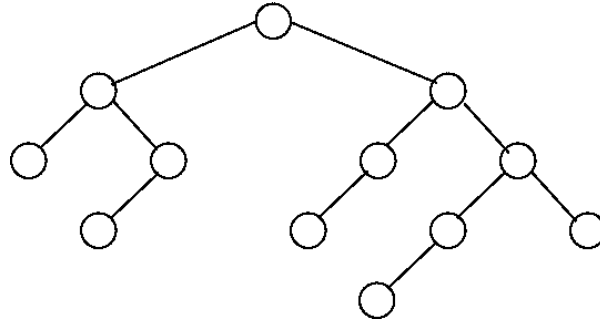
Értékelés:

A. A – B – E – G; A – B – D – E – G; A – C – D – E – G; A – C – F – G	5+5+5+5 pont
B. 3, 1	4+1 pont
C. 5, 1	4+1 pont
D. 6, 2	4+3 pont
E. 7, 3	4+3 pont
F. 9, 1	5+3 pont
G. 11, 4	5+3 pont

2. feladat: Kiegyensúlyozott bináris fa (60 pont)

Bináris fát magasság-kiegyensúlyozottnak nevezünk, ha minden pontjára teljesül, hogy a bal- és jobb-részfájának magassága legfeljebb eggyel tér el. Az üres fa magassága 0, az egy pontú fa magassága 1, egyébként  $1 +$  a két részfa magasságának a maximuma.

Az ábrán látható bináris fa magasság-kiegyensúlyozott, magassága 5, és 12 pontja van.



Legfeljebb mekkora a magassága az olyan magasság-kiegyensúlyozott bináris fának, amelynek

- |                   |                     |                       |
|-------------------|---------------------|-----------------------|
| A: 4 pontja van,  | F: 19 pontja van,   | K. 2019 pontja van;   |
| B: 5 pontja van,  | G: 33 pontja van,   | L. 3333 pontja van;   |
| C: 6 pontja van   | H: 42 pontja van;   | M. 5000 pontja van;   |
| D: 7 pontja van,  | I. 100 pontja van;  | N. 9999 pontja van;   |
| E: 15 pontja van, | J. 1000 pontja van; | O. 25 252 pontja van? |

Értékelés:

Minden helyes válasz 4 pontot ér.

A: 3, B: 3, C: 3, D: 4, E: 5, F: 5, G: 7, H: 7, I: 9, J: 14, K: 15, L: 16, M: 17, N: 18, O: 20.

Magyarázat: a H magasságú fa minimális elemszáma  $T(H) = T(H-1) + T(H-2) + 1$  – ha kiegyensúlyozott, akkor az egyik oldal eggyel lehet magasabb, mint a másik.

Adott N-re a megoldás az a H, amire  $T(H) \leq N < T(H+1)$ .

A T vektor első 21 értéke: 1, 2, 4, 7, 12, 20, 33, 54, 88, 143, 232, 376, 609, 986, 1596, 2533, 4130, 6664, 10795, 17460, 28256.

3. feladat: Mit csinál (70 pont)

Az alábbi algoritmus egy N elemű, 1-től N-ig indexelt x sorozatot dolgoz fel, amely 1 és M közötti egész értékeket tartalmaz. Eredménye az A, B, C és V változókba kerül. Az u vektort 1-től M-ig indexeljük.

```

Valami (V, A, B, C) :
  m:=N; u:=(-N, ..., -N)
  Ciklus i=1-től N-ig
    Ha i-u[x[i]]<m akkor m:=i-u[x[i]]; B:=u[x[i]]; C:=i
    u[x[i]]:=i
  Ciklus vége
  V:=(m<N)
  Ha V akkor A:=x[B]
  Eljárás vége.
    
```

A. Mi lesz A, B, C és V értéke, ha  $N=10$ ,  $x = (3, 5, 3, 2, 2, 4, 2, 8, 9, 1)$  ?

B. Mi lesz A, B, C és V értéke, ha  $N=10$ ,  $x = (3, 5, 6, 7, 8, 2, 5, 6, 7, 8)$  ?

C. Mi lesz  $u[1] \dots u[8]$ -ban, ha  $N=10$ ,  $x = (3, 5, 6, 7, 8, 2, 5, 6, 7, 8)$ ?

D. Milyen  $x$  vektor esetén kap  $V$  hamis értéket?

E. A ciklus  $i$ . lépése után mit tartalmaz az  $u$  vektor?

F. Mi lesz  $A$ ,  $B$  és  $C$  értéke, ha  $V$  igaz értéket kap az eljárásban?

Értékelés:

A.  $A=2$ ,  $B=4$ ,  $C=5$ ,  $V=igaz$  2+4+4+2 pont

B.  $A=5$ ,  $B=2$ ,  $C=7$ ,  $V=igaz$  2+4+4+2 pont

C.  $u = (-10, 6, 1, -10, 7, 8, 9, 10)$  8\*1 pont

D.  $V$  hamis lesz, ha  $x$ -ben nincs két egyforma érték 7 pont

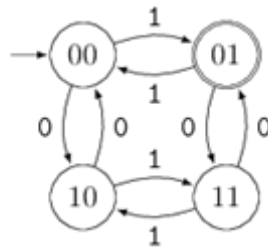
E.  $u[k] =$  az  $i$ . elemig a  $k$  hol fordult elő utoljára az  $x$  vektorban;  $-N$ , ha a  $k$  addig nem fordult elő 8+5 pont

F.  $A$  az az érték, amelynek két előfordulása a lehető legközelebb van egymáshoz;  $B$  ennek a legelső előfordulása;  $C$  pedig a következő 8+5+5 pont

**4. feladat:** Automata (65 pont)<sup>1</sup>

Egy automata kezdetben 00 állapotban van, jeleket olvas és a jelek hatására az állapota megváltozhat. Ha 00 állapotban a bemenetére 1-es jel érkezik, akkor 01 állapotba kerül, ha 0 érkezik, akkor 10 állapotba. Ha 01 állapotban a bemenetére 0 érkezik, akkor 11-be kerül, ha pedig 1, akkor 00-ba. Ha 10 állapotban a bemenetére 1 érkezik, akkor 11-be kerül, ha pedig 0, akkor 00-ba. Ha 11 állapotban a bemenetére 0 érkezik, akkor 01-be kerül, ha pedig 1, akkor 10-ba.

Az automata az alábbi rajzzal ábrázolható:



A. Milyen állapotban lesz az automata az 11010 jelsorozat hatására? Add meg az egyes jelek utáni állapotot is!

B. Milyen állapotban lesz az automata a 0101010011 jelsorozat hatására? Add meg az egyes jelek utáni állapotot is!

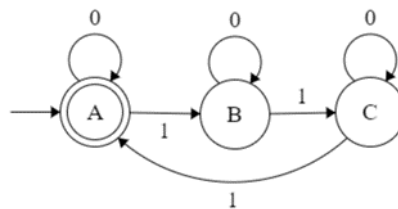
C. Milyen jelsorozatokra lesz az automata a legvégén 00, 01, 10, illetve 11 állapotban?

D. Add meg ábrával azt a minimális állapotszámú automatát, amely képes felismerni az olyan 0 és 1 jelekből álló sorozatokat, amelyekben az 1-esek száma hárommal osztható! Vagyis legyen egy kitüntetett állapota, amelyben pontosan ezen jelsorozatok végén lesz. Dupla bekarikázással jelöld ezt az állapotot!

<sup>1</sup> A feladat Friedl Katalin, Csimá Judit: Nyelvek és automaták című könyvéből származik: [https://www.tan-konyvtar.hu/hu/tartalom/tamop412A/2011-0064\\_58\\_nyelvek\\_es\\_automatak/ar01s02.html](https://www.tan-konyvtar.hu/hu/tartalom/tamop412A/2011-0064_58_nyelvek_es_automatak/ar01s02.html)

Értékelés:

- A1. A végső állapot: 01 4 pont
- A2. Az egyes jelek utáni állapotok: 01,00,10,11,01 5\*1 pont
- B1. A végső állapot: 11 4 pont
- B2. Az egyes jelek utáni állapotok: 10,11,01,00,10,11,01,11,10,11 10\*1 pont
- C. Az automata akkor kerül a 00 állapotba, ha páros sok 0 és páros sok 1 karaktert olvasott; a 01 állapot felel meg a páros sok 0 és páratlan 1 karakternek; 10 a páratlan sok 0 és páros sok 1-nek; 11 pedig a páratlan sok 0 és 1 karakternek 5+5+5+5 pont
- D. Három állapottal megoldható, a megoldás egyértelmű:



Pontozás: Három állapot van és az 1-es nyilak jók; a 0-ás (hurok) nyilak jók; duplán be van karikázva az elfogadó (A) állapot; a kezdőállapotba (A) mutat nyíl 8+6+6+2 pont

**5. feladat:** Gépközeli programozás (40 pont)

Az alábbiakban látható egy gépközeli nyelven megírt programrészlet, amely a C és B címen levő 32 bites pozitív egész számokból számol ki egy 32 bites pozitív egész számot, amit az A címre tesz. A segédszámításokhoz a processzor három, 32-bites regiszterét (a processzor tárolóegységét) használja (eax, ebx, ecx).

Egy kettes számrendszerbeli szám balra léptetése azt jelenti, hogy a legmagasabb helyiértékű bitjét törli és a végére egy 0-s bitet tesz. A jobbra léptetés a legalacsonyabb helyiértékű bitet törli és az elejére tesz egy 0-s bitet.

```

mov ecx,C ; az ecx regiszterbe tölt egy értéket a C címről
mov ebx,B ; az ebx regiszterbe tölt egy értéket a B címről
mov eax,1 ; az eax regiszterbe 1-et tölt
xxx:  cmp ebx,0 ; összehasonlítja ebx tartalmát a nullával
      je yyy ; az yyy címen folytatja, ha egyenlők voltak
      bt ebx,0 ; megnézi ebx legalacsonyabb helyiértékű bitjét
      jc zzz ; a zzz címen folytatja, ha 1-es értékű volt
      sq ecx ; az ecx regiszter tartalmát négyzetre emeli
      shr ebx ; az ebx regisztert 1 bittel jobbra lépteti
      jmp xxx ; az xxx címen folytatja
zzz:  mul ecx ; megszorozza eax-et ecx-szel
      dec ebx ; eggyel csökkenti ebx-et
      jmp xxx ; az xxx címen folytatja
yyy:  mov A,eax ; az A címre teszi az eax regiszter tartalmát
  
```

- A. Mi lesz az A címen, ha C=42, B=1?
- B. Mi lesz az A címen, ha C=3, B=4?
- C. Mi lesz az A címen, ha C=2, B=10?
- D. Hogyan függ a kiszámított A értéke B-től és C-től?

E. Milyen esetben lesz az eredmény értelmezhetetlen (hibás)?

F. Hányszor lép a program a z z z címre és ez mitől függ?

G. Hányszor lép a program az x x x címre és ez mitől függ?

Értékelés:

- A.  $A=42$  5 pont
- B.  $A=81$  5 pont
- C.  $A=1024$  5 pont
- D.  $A=C^B$  6 pont
- E. Ha  $C^B$  túl nagy lenne (nem fér el 32 bites egész számban) 5 pont
- F. Annyiszor, ahány 1-es bit van B kettes számrendszerbeli felírásában 7 pont
- G. A B kettes számrendszerbeli felírásának legmagasabb helyiértékű, 1-es értékű bitjéig levő számjegyek száma+ az 1-es értékű bitjei száma+1 7 pont  
(ha a +1 lemarad, akkor csak 6 pont)

6. feladat: Hasító táblák (50 pont)

A hasító tábla egy olyan adatszerkezet, amely segítségével hatékonyan kereshetünk egy kulcs alapján egy adathalmazban. A kereséshez használt kulcsot előbb mindig egy számmá képezzük. A tárolásra egy egyszerű, 0-tól  $K-1$ -ig indexelt tömböt használunk. Beszúrásakor egy  $N$  kulcsú adatot a tömb  $(N \bmod K)$  . pozíciójába szeretnénk tárolni, azonban, ha az már foglalt, akkor sorra a következő pozíciókkal próbálkozunk, ha a tömb végére érünk, akkor az elején folytatjuk a szabad hely keresését.

Például egy 7 elemű hasító táblába szeretnénk a 44-es kulcsú adatot beszúrni. Ez a  $44 \bmod 7=2$  . pozícióra kerül.

		44				
--	--	----	--	--	--	--

Ezután egy 130-as kulcsú adatot szúrunk be, ami a  $130 \bmod 7=4$  . pozícióra kerül.

		44		130		
--	--	----	--	-----	--	--

Ezután a 2-es beszúrásával folytatjuk, ami a  $2 \bmod 7=2$  . pozícióra kerülne, de ez foglalt, ezért próbálkozunk a következő pozícióval, ami szabad.

		44	2	130		
--	--	----	---	-----	--	--

A keresés a beszúráshoz hasonlóan működik. A kulcs alapján számított helyen keressük az adatot. Például, ha a 2-es kulcshoz tartozó adatra vagyunk kíváncsiak, akkor a  $2 \bmod 7=2$  . pozícióban keressük először, ott másik elem van, ezért a következő pozíción folytatjuk, ahol meg is találjuk a keresett értéket, ehhez 2 tömbelem olvasására volt szükség. Ha például a 18-as kulcsot keressük, azt a 4-es pozícióban kell keresnünk, ahol nem ez az elem szerepel, ezért a következő helyen próbálkozunk, az viszont üres, így 2 tömbelem olvasásával megtudtuk, hogy a keresett kulcs nem szerepel az adatok között.

Lehetőség van törlésre is. A keresés segítségével megkeressük az adott kulcsú adatot, majd bejelöljük, hogy az adott elem törölve lett. Azért van szükség a törölt mezők megkülönböztetésére, mert a keresést ezeknél még nem hagyhatjuk abba. Beszúrásakor viszont tehetjük az elemet törölt pozícióra. Például a 44 törlése után így néz ki a tömb:

		törölt	2	130		
--	--	--------	---	-----	--	--

Egymás után végezd el a következő műveleteket egy kezdetben üres, 13 elemű tömböt használó hasítótáblán! A beszúrásoknál add meg, hogy melyik pozícióba kerül az adott elem, a kereséseknél pedig, hogy hány tömbelemet kellett olvasni, ahhoz hogy megtaláljuk azt, vagy megbizonyosodjunk a keresett elem hiányáról!

- |                |               |                                       |
|----------------|---------------|---------------------------------------|
| A. Beszúr: 134 | G. Beszúr: 5  | L. Keres: 11                          |
| B. Beszúr: 39  | H. Keres: 265 | M. Keres: 5                           |
| C. Beszúr: 6   | I. Keres: 22  | Töröl: 12                             |
| D. Beszúr: 265 | J. Keres: 5   | N. Keres: 12                          |
| E. Beszúr: 12  | K. Keres: 135 | O. Beszúr: 25                         |
| F. Beszúr: 388 | Töröl: 265    | P. Rajzold le a tömb végső állapotát! |

Értékelés:

- |  |        |
|--|--------|
| A. A 134 a <b>4.</b> pozícióra kerül.  | 3 pont |
| B. A 39 a <b>0.</b> pozícióra kerül.   | 3 pont |
| C. A 6 a <b>6.</b> pozícióra kerül.    | 3 pont |
| D. A 265 az <b>5.</b> pozícióra kerül. | 3 pont |
| E. A 12 a <b>12.</b> pozícióba kerül.  | 3 pont |
| F. A 388 a <b>11.</b> pozícióba kerül. | 3 pont |
| G. Az 5 a <b>7.</b> pozícióba kerül.   | 3 pont |
| H. 1 olvasás                           | 3 pont |
| I. 1 olvasás                           | 3 pont |
| J. 3 olvasás                           | 3 pont |
| K. 4 olvasás                           | 3 pont |
| L. 4 olvasás                           | 3 pont |
| M. 3 olvasás                           | 3 pont |
| N. 3 olvasás                           | 3 pont |
| O. A 25 a <b>12.</b> pozícióba kerül.  | 3 pont |
| P.                                     | 5 pont |

39				134	törölt	6	5				388	25
----	--	--	--	-----	--------	---	---	--	--	--	-----	----

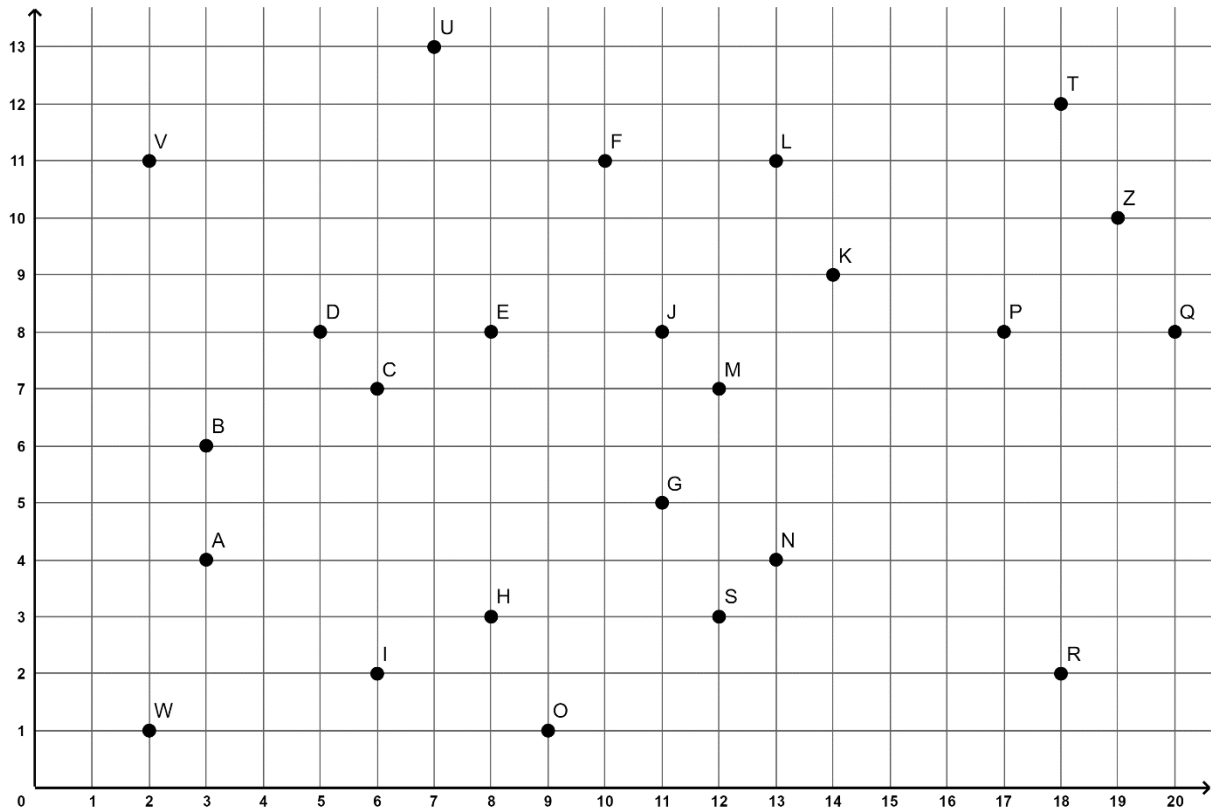
7. feladat: Szenzorhálózat (55 pont)

Repülőgépről ledobálva telepítünk szenzorokat egy területen. A szenzoroknak szükségük van egymás közötti kommunikációra, azonban a jeladók teljesítménye miatt két szenzor csak akkor képes egymással kommunikálni, ha a légvonalbeli távolságuk legfeljebb 5 egység. Távvolabbi szenzorpárok ezért csak úgy tudnak egymásnak üzenni, ha más szenzorokon keresztül teszik ezt meg.

Kétféle mohó stratégiával választhatják a szenzorok a csomagok továbbításakor a következő szenzort:

- **Távolság:** Az elérhető szenzorok közül – akár önmagát választva - annak továbbítjuk a csomagot, amely a célponthoz legközelebb van.
- **Irány:** Az elérhető szenzorok közül - önmagát kivéve - annak továbbítjuk a csomagot, amely leginkább a cél irányában van, azaz amelynek az aktuális pontból nézve a célhoz képest vett szögelfordulása minimális.

A képen látható pozíciókba sikerült a repülőről telepítenünk a szenzorokat.



- Add meg a csomag által bejárt útvonalat a K szenzorból az I szenzorba küldéskor **távolság** alapú útválasztás esetén!
- Add meg a csomag által bejárt útvonalat az U szenzorból a W szenzorba küldéskor **távolság** alapú útválasztás esetén!
- Add meg a csomag által bejárt útvonalat a T szenzorból a V szenzorba küldéskor **távolság** alapú útválasztás esetén! Mi történik?
- Add meg a csomag által bejárt útvonalat a W szenzorból az M szenzorba küldéskor **irány** alapú útválasztás esetén!
- Add meg a csomag által bejárt útvonalat a P szenzorból a D szenzorba küldéskor **irány** alapú útválasztás esetén!
- Add meg a csomag által bejárt útvonalat a V szenzorból az R szenzorba küldéskor **irány** alapú útválasztás esetén! Mi történik?

Értékelés:

- $(K \rightarrow G \rightarrow H (\rightarrow I))$  (ameddig helyes, max. 2) \* 2
- $(U \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow H \rightarrow I (\rightarrow W))$  (ameddig helyes, max. 4) \* 2
- $(T \rightarrow K \rightarrow F \rightarrow U)$  (ameddig helyes, max. 3) \* 2

Nem lehet tovább menni / U-ban marad / elakad	(előzőtől függetlenül) 5
D. $(W \rightarrow) I \rightarrow H \rightarrow G (\rightarrow M)$	(ameddig helyes, max. 3) * 3
E. $(P \rightarrow) K \rightarrow J \rightarrow E (\rightarrow D)$	(ameddig helyes, max. 3) * 3
F. $(V \rightarrow) D \rightarrow C \rightarrow H \rightarrow$	(ameddig helyes, max. 3) * 3
$S \leftrightarrow N$ / S-N oda-vissza / S-N kör	(előzőtől függetlenül) 5

**Összpontszám: 400 pont**

**Beküldési határ: 150 pont**