



A 2016/2017. tanévi  
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny  
döntő forduló

## FIZIKA II. KATEGÓRIA

### FELADATOK

#### Szénszállal erősített polimer rúd rugalmassági modulusának mérése

##### 1. A feladatok megoldásához rendelkezésre álló elemek:

1.1./ Acél alap, rá mágnessel rögzített alumínium befogó szerkezettel, és a vizsgálandó rúddal.

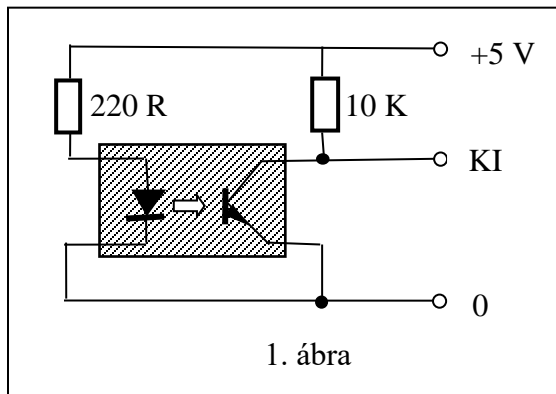
A befogó szerkezet a négy csavar segítségével lehetővé teszi a vizsgálandó rúd egyik végének stabil rögzítését.

A polimer rúd szabad végén matt feketére festett „zászló” található. A rúd deformációjának vizsgálatát ez a „zászló” és az 1.c.-ban ismertetésre kerülő fénykapu teszi lehetővé.

A rúd keresztmetszetét tekintse  $2 \times 12$  mm méretű téglalapnak.

1.2./ PVC tömbbe szerelt mikrométer, amely az acél alapon a tömbbe épített mágnessel, tetszőleges helyen rögzíthető, (A mikrométer skálája 0,01 mm osztású.)

1.3./ „Réses fénykapu”, fekete PVC tartóra szerelve. A fénykapuban egy infra fényforrás (LED) és vele szemben egy fényérzékeny tranzisztor található. A tartóra szereltük a fénykapu működéséhez szükséges áramkört is. (1. ábra.) Ha a fényforrás és a fényérzékítő közé a résbe nyúló tárgy segítségével változtatjuk az érzékelőre jutó fény intenzitását, az összeállított kapcsolás a megvilágítással (a tárgy helyzetével) arányos feszültséget ad.



A fénykapu a tartó aljába szerelt mágnesek segítségével az acél alapon tetszőleges helyen rögzíthető.

Az áramkör energiaellátásáról központi tápegység gondoskodik, a megvilágítással arányos feszültséget a HM8011-3 típusú digitális multiméter méri. A multiméter alkalmassá tehető egy kapcsoló segítségével egyen-, vagy váltóáramú feszültségek mérésére.

**1.4./ Erőmérő egység.** Szürke PVC tömbbe épített mikro-mozgatóra szereltük egy mérleg érzékelőjét úgy, hogy az továbbra is a mérleg elektronikájához csatlakozik. Az érzékelőre sárgaréz tüskét szereltünk, hogy az erőt a mintán egy pontban tudjuk mérni.

A mozgató vízszintes irányú mozgást tesz lehetővé. A mérleg érzékelőjével tömegmérésre szolgál, (Max. 10 kg-ig mér 1 g pontossággal.) kijelzőjén a mérés eredménye grammokban megadva jelenik meg.

A mérlegen ki – be kapcsoló (ON/OFF), üzemmód kapcsoló (MODE), - mely segítségével állítható be, hogy a mért tömeg kijelzése grammokban (g), vagy unciában (oz) jelenjen meg – valamint tara (TARE) kapcsoló található. Az erőmérő egység is beépített mágnesek segítségével rögzíthető az acél alapra. Ha nem történik a mérleg terhelésében változás, néhány másodperc múlva az elektronika kikapcsol!

**1.5./ Elektromágnes,** (fekete PVC tömbbe szerelve) melynek változtatható frekvenciájú meghajtását egy HM8030-5 típusú jelgenerátor teszi lehetővé. Az elektromágnes is beépített mágnesek segítségével rögzíthető az acél lapra.

**1.6./ Árnyékoló,** (fekete kartonpapírból) mely arra szolgál, hogy a fénykapura ne jusson szórt fény.

**1.7./ Mérőszalag,** 0,01g mérési felbontású mérleg, milliméterpapír, acél korongok (5 db.), ragasztó szalag és olló.

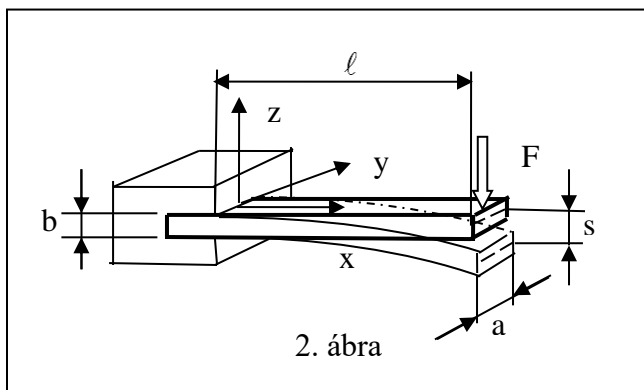
A méréshez szükséges elektronikus eszközök használati utasításait a mérőhelyen megtalálja.

## 2. A feladatok megoldásához szükséges ismeretek

A rúd rugalmassági modulusát a rúd végének erő hatására bekövetkező lehajlását, illetve a megrezgetett rúd sajátfrekvenciáját mérve határozzuk meg.

Az alábbiakban csak a feladatok megoldásához szükséges ismeretekre szorítkozunk.

2.1./ A 2. ábra szerinti elrendezésben befogott rúd lehajlása, erő hatására.



Az  $a$  szélességű,  $b$  vastagságú,  $l$  szabad hosszúságú, téglalap keresztmetszetű, homogén rúd végének  $s$  lehajlása (deformációja)  $F$  erő hatására:

$$s = \frac{4l^3}{Eab^3} F \quad (1)$$

Ahol  $E$  a rúd anyagára jellemző rugalmassági modulus (Young-modulus).

2.2./ A z irányba (2. ábra szerint) tranzverzális rezgésbe hozott rúd rezgése.

A tranzverzális rezgésbe hozott rúdban elméletileg végtelen számú állóhullámforma alakulhat ki, amelyek kielégítik a rúd alakjából és befogásából adódó határfeltételeket. Ezek a rezgésformák a sajátmódusok.

A lehetséges sajátmódusokhoz tartozó sajátfrekvencia:

$$f_i = \frac{1}{2\pi} \frac{\lambda_i^2}{\ell^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

Ahol  $\lambda_i$  az egyes módusokhoz tartozó állandó,  $\rho$  a rúd anyagának sűrűsége,  $A$  a minta keresztmetszetének területe (esetünkben  $ab$ ),  $E$  a rúd anyagának rugalmassági modulusa, és  $I$  a minta inercia nyomatéka (másodrendű felületi nyomatéka), amely téglalap keresztmetszet esetén:

$$I = \frac{ab^3}{12} \quad (a \text{ és } b \text{ a 2. ábra szerint.}) \quad (3)$$

Az elméletileg meghatározható néhány  $\lambda_i$  érték:

$$\lambda_1=1,87, \quad \lambda_2=4,69, \quad \lambda_3=7,85, \quad \lambda_4=10,99, \quad \lambda_5=14,14 \dots \text{ stb.}$$

Ha a mintát változtatható frekvenciával kényszerrezgésbe hozzuk, és a gerjesztés frekvenciája megegyezik valamelyik sajátfrekvenciával, rezonanciát tapasztalunk. A gerjesztés frekvenciáját nulláról fokozatosan növelve az első rezonanciát az alap-módusnál (elsőrendű módusnál) tapasztaljuk.

Az elmondottak szerint az alap-módushoz tartozó sajátfrekvencia:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \frac{1,87^2}{\ell^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (4)$$

Ez a kifejezés alkalmas a rúd rugalmassági modulusának meghatározására.

Megjegyzések:

Műanyagok rugalmassági modulusának értéke függ az igénybevétel módjától!

Az ismertett összefüggések csak kis deformációk esetén érvényesek!

Az igen röviden ismertett anyagok részletesen tárgyalva megtalálhatók:

Budó Ágoston: Mechanika (Nemzeti Tankönyvkiadó 1994.) 277 – 279 oldal

Györgyi József: Dinamika (Műegyetemi Kiadó 2003.) 190-192. oldalán

### 3. Mérési feladatok

#### 3.1./ A fénykapu karakterisztikájának meghatározása. (Összesen 7 pont.)

- Az alumínium befogóban levő polimer rúd szabad hossza 12 cm.
- A zászlóval szembe helyezze el a fénykaput úgy, hogy a fényérzékelő kezdetben teljes megvilágítást kapjon, majd a rúd elhajlásával fokozatosan csökkentse a fényérzékelő megvilágításának erősségét. (Kezdetben a fénykapu elektronikájának kimenetén  $\sim 4$  V-os feszültség mérhető. Ezt az értéket beállítottuk, ezen ne változtasson!)
- A mikrométerre szerelt rézcsúcsot helyezze a zászlóval szembe, a rúd végéhez úgy, hogy még ne deformálja azt.
- A mikrométer segítségével fokozatosan deformálja a rudat, és minden deformációértékhez olvassa le a fénykapu kimenetén mérhető feszültséget. Mérési eredményeit foglalja táblázatba.
- Mérési eredményei felhasználásával milliméterpapíron tüntesse fel az elmozdulás függvényében a mért feszültségeket. (5 pont.)
- Határozza meg, hogy ha elmozdulás mérésére szeretné használni a fénykaput,  $1 \mu\text{m}$ -es deformáció hány mV feszültség-változást eredményez. (2 pont.)

#### 3.2./ A rugalmassági modulus meghatározása az erő-deformáció függvény felhasználásával. (Összesen 12 pont.)

- Helyezze a mikrométer helyére az erőmérő tűskéjét. (A befogás helyétől 12 cm-re, a zászlóval szemben)
- A fénykaput hozza olyan helyzetbe, hogy az előző mérés eredményeit felhasználva alkalmas legyen az erő okozta deformáció mérésére.
- A mikro-mozgató segítségével fokozatosan növelje a rudat deformáló erőt, és közben mérje az elhajlás mértékét. A rúd végének a deformációja ne legyen nagyobb  $1,5 \text{ mm}$ -nél!
- Milliméterpapíron tüntesse fel az erő függvényében a deformáció mértékét. (6 pont.)
- Határozza meg a felrajzolt grafikon meredekségét. (2 pont.)
- A megállapított meredekség ismeretében határozza meg a rúd anyagának rugalmassági modulusát. (4 pont.)

#### 3.3./ A rugalmassági modulus meghatározása az alapharmonikus sajátfrekvenciájának ismeretében. (Összesen 21 pont.)

- Mivel a vizsgált rúd nem ferromágneses és vezetőképessége kicsi, elektromágnessel csak úgy tudjuk rezgésbe hozni, hogy kisméretű vaskorongot (ferromágneses) helyezünk el a végénél. (A kis korongot ragasztószalag segítségével rögzítjük) Ezzel elhangoljuk a mintát, megváltoztatjuk a rezonancia frekvenciáját.
- A mintát szinuszos váltóárammal meghajtott elektromágnessel hozzuk rezgésbe. A változó mágneses tér a vaskorongban örvényáramokat kelt. A mintára ható erő a változó mágneses tér és az általa keltett örvényáramok kölcsönhatásának eredménye, frekvenciája a gerjesztő frekvencia kétszerese.

- A fénykaput hozza olyan helyzetbe, hogy a 3.1. mérés eredményeit felhasználva alkalmas legyen a rúd deformációjának mérésére.
- A fénykapu kimenő feszültségét mérő multimétert kapcsolja váltófeszültségű jel mérésére alkalmas állapotba.
- Az elektromágnezt helyezze a minta végére szerelt vaskorongtól 1 – 2 mm-re.
- Az elektromágnezt meghajtó jelgenerátor frekvenciáját lassan változtatva keresse meg a vizsgált összeállítás (rúd + vaskorong) alapharmonikusához tartozó rezonancia frekvenciáját. A rezonancia frekvenciát a jelgenerátor 45 és 100 Hz-es tartományában keresse. (2 pont.)
- Olvassa le, és jegyezze le, hogy a rezonancia frekvencia esetén mekkora fénykapu kimenetén mért feszültség. (1 pont.)
- Állapítsa meg az elrendezés rezonancia frekvenciáját azokban az esetekben is, amikor a rúd végére több (2, 3,... 5) kis vaskorongot helyezünk. (6 pont.)
- Mérési eredményei felhasználásával határozza meg a vizsgált rúd sajátfrekvenciáját (Azt a frekvenciát, amellyel magában, rátett tömegek nélkül rezegne a rúd.) (4 pont.)
- A rúd sajátfrekvenciájának ismeretében határozza meg a rúd rugalmassági modulusát. (4 pont)
- Mekkora amplitúdóval rezeg rezonancia frekvencián a rúd, amikor a végén egy vaskorong van? (4 pont.)

Megjegyzések:

Jegyzőkönyvének minden lapjára írja fel a kódszámát! Egyéb azonosításra alkalmas információ (Név, iskola, stb.) megadása Tilos!

Igyekezzen olyan, jól olvasható jegyzőkönyvet készíteni, amely segítségével követni lehet munkáját és mérései megismételhetők.

Műanyagok rugalmassági modulusának értéke függ az igénybevétel módjától!

Ha a verseny során problémái jelentkeznek, forduljon a mérésvezetőkhez. Ne kísérletezzen úgy, hogy azzal esetleg műszert tesz tönkre.

A feladatok megoldására 4 óra áll rendelkezésére.

Eredményes munkát kívánunk.