

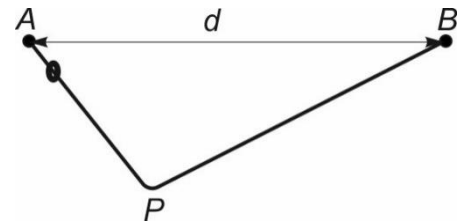


A 2016/2017. tanévi
Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny
első fordulójának feladatai és megoldásai fizikából

FIZIKA
I. KATEGÓRIA

Javítási-értékelési útmutató

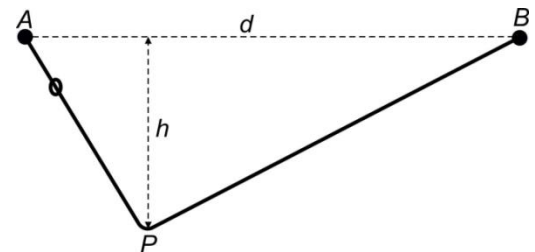
1.) Az egymástól d távolságra lévő, rögzített A és B pontok egy vízszintes egyenes mentén helyezkednek el. Egy L hosszúságú egyenes huzalt ($L > d$) egyik pontjánál (jelöljük ezt a pontot P -vel) úgy hajlítunk meg, hogy végpontjainak távolsága d legyen. Ezek után a meghajlított huzal egyik végét A -ban, a másikat B -ben úgy rögzítjük, hogy az APB háromszög síkja függőleges legyen, P pedig az AB egyenese alatt helyezkedjen el. A dróton egy kicsiny gyűrű súrlódásmentesen csúszhat. A gyűrűt az A pontban kezdősebesség nélkül elengedjük. A gyűrű a P pontnál lévő görbület miatt pillanatszerűen és zökkenőmentesen tud átcsúszni az egyik egyenes - szakaszcra a másikra.



a) Hányad részében hajlítsuk meg a drótot, hogy a gyűrű a lehető legkevesebb ideig mozogjon az indulásától az első megállásáig?

b) Mekkora ez a legrövidebb idő?

Megoldás. a) A súrlódásmentes csúszás és a zökkenőmentes átmenet miatt (az energiamegmaradás szerint) a gyűrű ugyanakkora magasságban áll meg, mint amekkorában indult, vagyis a B pontban. A két drótszakaszon való mozgás közben a gyorsulások nagysága külön-külön állandó, vagyis az átlagsebesség a legkisebb és a legnagyobb sebességek számtani közepe. A két mozgás esetén ezek azonosak, hisz az egyiknek a kezdősebessége, a másiknak pedig a végsebessége nulla, valamint az egyik végsebessége megegyezik a másik kezdősebességével, ez pedig a h mélységben lévő P pontbeli v sebesség, ami



$$v = \sqrt{2gh}.$$

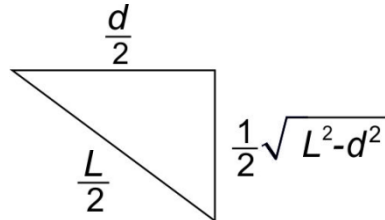
A gyűrű tehát az L utat $v/2$ átlagsebességgel teszi meg, vagyis a mozgás teljes menetideje:

$$t = \frac{L}{v/2} = \frac{2L}{\sqrt{2gh}} = \frac{\sqrt{2}L}{\sqrt{g}} \cdot \frac{1}{\sqrt{h}}.$$

Láthatjuk, hogy a mozgásidő akkor a legkisebb, ha a h mélység a legnagyobb. A P pont távolságösszege az A és B pontoktól állandó, ezért a h mélységet változtatva a P pont egy olyan

ellipszisívet fut be, melynek A és B a két fókusza. Az ellipszis „legmélyebben” lévő pontjában az AP és a PB távolságok megegyeznek, tehát a minimális idő eléréséhez a drótot a **felezőpontjában** kell meghajlítani.

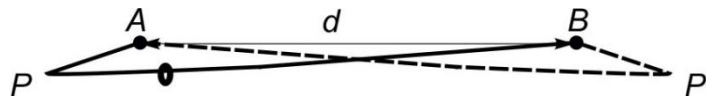
b) A legrövidebb időt úgy tudjuk meghatározni, ha kifejezzük a h mélységet L és d segítségével (lásd az ábrát): $h = \frac{1}{2}\sqrt{L^2 - d^2}$.



Így a mozgás lehető legrövidebb ideje:

$$t_{\min} = \frac{L}{v_{\max}/2} = \frac{2L}{\sqrt{2gh_{\max}}} = \frac{2L}{\sqrt{g\sqrt{L^2 - d^2}}}$$

II. megoldás. Változtassuk folyamatosan a P pont helyét! Tekintsünk egy szélső helyzetet! Látható, hogy az elenyészően kicsiny süllyedéskor kapott igen kis sebességgel megteendő út B -ig igen hosszú, tehát a megtételéhez szükséges idő is az. Közelítve a legmélyebb ponthoz a sebesség monoton nő. A szimmetriából következik, hogy ha a másik oldalról indítanánk a kis testet, tükrözve az előző folyamatot kapjuk, tehát a mozgásokhoz tartozó minimális idő a P pont legmélyebb helyzetében jön létre.



Erre az esetre számítjuk a keresett időt, ami a fentiek szerint valóban minimális.

Erre az esetre igaz, hogy $s = \frac{L}{2}$. (s a félút)

A legnagyobb süllyedés: $h_{\max} = \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{L^2 - d^2}$.

A maximális sebesség: $v_{\max} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2g \cdot \frac{1}{2}\sqrt{L^2 - d^2}} = \sqrt{g\sqrt{L^2 - d^2}}$.

A félútig eltelt idő: $t_1 = \frac{2s}{v_{\max}}$.

A keresett minimális idő: $T_{\min} = 2t_1 = 2 \frac{2s}{v_{\max}} = \frac{2L}{\sqrt{g\sqrt{L^2 - d^2}}}$.

III. megoldás.

A félútra érvényes: $s = \frac{1}{2}at_1^2 = \frac{1}{2}g \sin \alpha \cdot t_1^2 = \frac{1}{2}g \frac{h_{\max}}{s} \cdot t_1^2 \rightarrow s^2 = \frac{1}{2}gh_{\max} \cdot t_1^2$.

Beírva s és h_{\max} kifejezéseit (az I. megoldásból):

$$\frac{L^2}{4} = \frac{1}{2}g \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} \cdot t_1^2,$$

egyszerűsítve:
$$L^2 = g\sqrt{L^2 - d^2}t_1^2,$$

és innen a teljes (minimális) idő:
$$T_{\min} = 2t_1 = 2\frac{2s}{v_{\max}} = \frac{2L}{\sqrt{g}\sqrt[4]{L^2 - d^2}}.$$

Megjegyzés: A feladat megoldható nyers erővel is (vagyis anélkül, hogy az átlagsebességre, illetve az ellipszisívre vonatkozó „trükköket” használnánk fel). Legyen a drót A -hoz közelebbi része L_1 hosszúságú, így a B -be futó szakasz $L - L_1$ hosszú. Az első szakasz „lejtése” legyen α , míg a második „emelkedése” β szögű.

Az első szakaszon a gyorsulás $g \sin \alpha$, majd a másodikon a lassulás $g \sin \beta$. Ezekkel a mennyiségekkel meghatározhatjuk a gyűrű menetidejét:

$$t = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2L_1}{g \sin \alpha}} + \sqrt{\frac{2(L - L_1)}{g \sin \beta}} = \sqrt{\frac{2}{g}} \left(\sqrt{\frac{L_1}{\sin \alpha}} + \sqrt{\frac{(L - L_1)}{\sin \beta}} \right).$$

A szögek szinuszát h -val fejezhetjük ki: $\sin \alpha = \frac{h}{L_1}$ és $\sin \beta = \frac{h}{L - L_1}$, melyek behelyettesítésével a menetidő így alakul:

$$t = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2}{g}} \left(\sqrt{\frac{L_1^2}{h}} + \sqrt{\frac{(L - L_1)^2}{h}} \right) = \sqrt{\frac{2}{g}} \cdot \frac{L}{\sqrt{h}}.$$

(Ugyanarra az eredményre jutottunk, mint korábban, vagyis minél mélyebben van a pálya legsós pontja, annál rövidebb a menetidő.)

Ha nem jut eszünkbe, hogy a P pont egy ellipszisíven mozoghat, akkor kihasználhatjuk, hogy L , L_1 és h segítségével kifejezhetjük a d távolságot:

$$d = d_1 + d_2 = \sqrt{L_1^2 - h^2} + \sqrt{(L - L_1)^2 - h^2}.$$

Meglehetősen hosszadalmas számolás után a következő alakra tudjuk h^2 -et hozni:

$$h^2 = \frac{1}{4d^2} [4L_1(L - L_1)(L^2 - d^2) - (L^2 - d^2)^2].$$

Vegyük észre, hogy L_1 csak a szögletes zárójel elején szerepel $L_1(L - L_1)$ alakban. A szorzótényezők összege L , így a számtani és a mértani középére vonatkozó egyenlőtlenség alapján kimondhatjuk, hogy h^2 akkor a legnagyobb, ha $L_1 = L - L_1$, vagyis $L_1 = L/2$. Ha ezt visszahelyettesítjük h^2 kifejezésébe, akkor ismerős alakra jutunk:

$$h_{\max}^2 = \frac{1}{4d^2} [d^2(L^2 - d^2)] = \frac{L^2 - d^2}{4}.$$

Azonban nincs szükség az ilyen hosszú algebrai küzdelemre, ha fizikai elveket alkalmazunk. Ha drót helyett fonalat képzelünk el, akkor nyilvánvaló, hogy egyensúlyi helyzetben a gyűrű szimmetrikusan, a fonál közepén helyezkedik el. Ez viszont energetikailag a legmélyebb állapotot jelenti, tehát a test mgh helyzeti energiája ekkor lesz minimális, ekkor lesz legmélyebben a test.

Akár algebrai, akár fizikai elvek szerint gondolkodunk, ugyanarra a végeredményre jutunk, azaz a legrovidebb menetidő eléréséhez a drótot a közepén kell meghajlítani!

2.) Függőleges helyzetű, igen magas, henger alakú tartály legalján $m = 10$ g tömegű, 20°C -os hőmérsékletű víz van, amit a víz tetején elhelyezett nagyon könnyű dugattyú zár el a környező levegőtől. Az edény keresztmetszete $A = 50$ cm². A vizet egy $P = 40$ W teljesítményű beépített fűtőszállal melegíteni kezdjük. A dugattyú alatt nincs levegő, a henger fala és a dugattyú jó hőszigetelő, a külső levegő nyomása 1 atmoszféra.

a) Ábrázoljuk a dugattyúnak a henger aljától mért magasságát az idő függvényében egészen addig, amíg a tartályban a hőmérséklet 125°C -ra nő!

b) Milyen sebességérték(ek)et vesz fel a dugattyú a melegítés közben?

Útmutatás: Hanyagoljuk el a víz hőtágulását, a víz sűrűségét tekintsük mindvégig 1 g/cm³-nek. A víz fajhőjének hőmérsékletfüggésétől tekintsünk el, értékét közelítsük $4,2$ J/(g·°C)-kal. A vízgőz átlagos szabadsági fokszáma a vizsgált hőmérséklettartományban jó közelítéssel 7-nek tekinthető. A hiányzó adatokat a Függvény táblázatból vegyük.

Megoldás.

Adatok: $m = 10$ g, $t_1 = 20^\circ\text{C}$, $t_2 = 100^\circ\text{C}$, $t_3 = 125^\circ\text{C}$, $A = 50$ cm², $P = 40$ W, $p_0 = 1,01 \cdot 10^5$ Pa, $c = 4200$ J/(kg·K), $L = 2,26 \cdot 10^6$ J/kg

Amíg a víz hőmérséklete nem éri el a 100°C -t, a dugattyú gyakorlatilag mozdulatlan, $v_1 \approx 0$. A forrás megindulásáig eltelt idő

$$\tau_1 = \frac{c \cdot m \cdot (t_2 - t_1)}{P} \approx 84 \text{ s.}$$

Amikor a víz hőmérséklete eléri a forráspontot, a víz telített gőzének nyomása eléri a külső nyomást, és a dugattyú megmozdul. A dugattyú sebességét az elpárolgott víz mennyisége határozza meg. $\Delta\tau$ idő alatt Δm tömegű víz forr el, ami ΔV térfogatot tölt ki.

$$\Delta m = \frac{P \cdot \Delta\tau}{L}, \quad \Delta V = \frac{\Delta m}{M} \frac{RT}{p_0},$$

ahol $T = t_2 + 273 = 373$ K, $M = 18$ g/mol. Így a dugattyú sebessége

$$v_2 = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta\tau} = \frac{PRT}{A \cdot L M p_0} = 0,6 \text{ cm/s.}$$

Ez a folyamat addig tart, amíg az összes víz elpárolg. Az egész víz gőzzé válásához szükséges idő:

$$\Delta\tau_2 = \frac{L \cdot m}{P} \approx 565 \text{ s.}$$

A dugattyú helyzete a gőzzé válás végén

$$h_2 = v_2 \cdot \Delta\tau_2 = 3,4 \text{ m.}$$

A további melegítés folyamán már csak vízgőz van a tartályban, ami állandó nyomáson tágul. A vízgőzt $f = 7$ szabadsági fokú ideális gáznak tekinthetjük, melynek állandó nyomáson mérhető hőkapacitása:

$$C_p = \frac{f + 2}{2} \frac{m}{M} R = 4,5 \frac{m}{M} R.$$

Ha $\Delta\tau$ ideig melegítjük a gázt, a térfogatváltozás ΔV , a hőmérsékletváltozás ΔT , akkor

$$Q = C_p \Delta T = 4,5 \frac{m}{M} R \Delta T = P \cdot \Delta\tau; \text{ és } p_0 \Delta V = \frac{m}{M} R \Delta T.$$

A két egyenletből a dugattyú sebessége ebben a szakaszban

$$v_3 = \frac{\Delta V}{A \Delta\tau} = \frac{P}{4,5 A p_0} = 1,8 \frac{\text{cm}}{\text{s}}.$$

A sebesség ebben a szakaszban a legnagyobb.

Az elforrástól ($T_2 = 100^\circ\text{C}$) a $T_3 = 125^\circ\text{C}$ -os hőmérséklet eléréséig szükséges idő

$$\Delta\tau_3 = \frac{C_p(T_3 - T_2)}{P} = 13 \text{ s.}$$

Ezalatt az idő alatt a dugattyú emelkedése

$$\Delta h_3 = v_3 \Delta\tau_3 = 23 \text{ cm.}$$

A feladat kérdéseire a válaszok:

a) A kért magasság-idő diagram három egyenes szakaszból áll (lásd az ábrát):

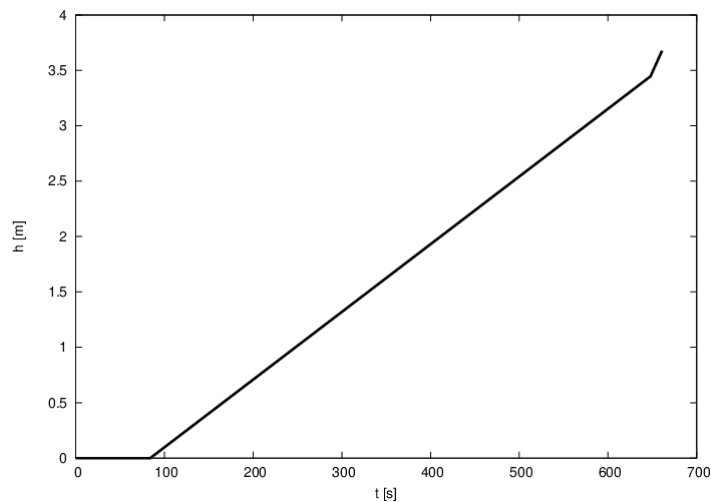
1: A $(0 \text{ s}, 0 \text{ m})$ ponttól a $(\tau_1, 0)$ pontig (a víz kezdeti 2 mm-es magasságát elhanyagolhatjuk)

2: A $(\tau_1, 0)$ ponttól a $(\tau_1 + \Delta\tau_2, h_2)$ pontig

3: A $(\tau_1 + \Delta\tau_2, h_2)$ ponttól a $(\tau_1 + \Delta\tau_2 + \Delta\tau_3, h_2 + \Delta h_3)$ pontig

b) A sebességek a három szakaszon:

$$v_1 = 0, v_2 = 0,6 \text{ cm/s}, v_3 = 1,8 \text{ cm/s}$$



Megjegyzések:

- 1) Az útmutatásnak megfelelően a víz hőtágulását elhanyagoltuk, így a dugattyú sebessége az első szakaszban közelítőleg nulla.
- 2) A második szakaszban szereplő mennyiségeket úgy is meghatározhatjuk, ha a Függvénytáblázatból vesszük a gőz sűrűségét. Természetesen ez a megoldás is teljes pontértékű.

3.) *Egy hangtani kísérletek elvégzésére alkalmas nagyméretű laboratóriumban (úgynevezett süketszobában) két egyforma hangszórót kapcsoltunk párhuzamosan egy hanggenerátor kimenetére (így a hangszórók azonos fázisban sugároznak), és egy kicsiny mikrofont helyeztünk el távol a hangszóróktól. A száraz levegőt tartalmazó teremben állandó $T = 300 \text{ K}$ hőmérsékleten kísérletet hajtunk végre. Változtatjuk a hanggenerátor frekvenciáját és egy érzékeny voltmérővel figyeljük a mikrofon kimenő jelét: $f_1 = 2400 \text{ Hz}$ -nél a mikrofon kimenő jelének maximuma van, $f_2 = 2600 \text{ Hz}$ -nél minimum van, és ezen két frekvencia között a mikrofon jelerőssége monoton csökken.*

a) *Mit figyelhetünk meg $f_3 = 400 \text{ Hz}$ -nél?*

b) *Ha a laboratóriumban a levegő a megadottnál hidegebb, illetve melegebb, milyen legközelebbi alacsonyabb és magasabb levegő hőmérsékletnél lesz maximális erősítés az f_2 frekvenciánál?*

Útmutatás: A hang terjedési sebességét a következő összefüggéssel számíthatjuk ki száraz levegőben:

$$c = 331,3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \sqrt{\frac{T}{273,15 \text{ K}}}$$

ahol T a levegő abszolút hőmérséklete.

(A süketszobában a hang visszaverődése a falakról, a padlóról és a mennyezetről elhanyagolható.)

Megoldás. a) Legyen a hangszórók távolságának különbsége a mikrofontól d . A frekvencia maximumának feltétele, hogy az útkülönbség a hullámhossz egész számú többszöröse

$$d = n\lambda_1 = \frac{nc}{f_1},$$

ahol c a hang sebessége 300 K fokon, n tetszőleges egész szám. A feladat feltétele szerint az f_2 frekvenciára fennáll, hogy

$$d = (n + 0,5)\lambda_2 = \frac{(n+0,5)c}{f_2}.$$

A két összefüggést egyenlővé téve

$$\frac{n+0,5}{n} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{2600}{2400},$$

amiből $n = 6$ adódik.

Visszaírva n értékét a maximumfeltételbe vegyük észre, hogy

$$d = \frac{6c}{2400 \text{ Hz}} = \frac{c}{400 \text{ Hz}},$$

azaz 400 Hz-nél is **maximum van** ($n = 1$).

b) Az eredeti 300 K-es hőmérséklet esetén f_2 frekvencia mellett az útkülönbség 6,5 hullámhossz. Ha csökkentjük vagy növeljük a hőmérsékletet, akkor kapunk legközelebb erősítéseket, ha a hullámhossz úgy változik meg, hogy az útkülönbség az új hullámhossz 6-szorosa vagy 7-szerese lesz (miközben a frekvencia természetesen nem változik).

Ha a $\lambda_2 = d/6,5$ hullámhossz $\lambda = d/6$ értékűre nő, vagyis 13/12-szeresére nő, akkor a levegőben a terjedési sebességnek is 13/12-szeresére kell nőnie. Mivel a terjedési sebesség az abszolút

hőmérséklet négyzetgyökével arányos, így az abszolút hőmérsékletnek $\left(\frac{13}{12}\right)^2 = \frac{169}{144} \approx 1,174$ -szeresére kell nőnie, ami nagyjából **352 K = 79°C**.

Ugyanígy, ha a $\lambda_2 = d/6,5$ hullámhossz $\lambda = d/7$ értékűre csökken, vagyis 13/14-ére csökken, akkor a levegőben a terjedési sebességnek is 13/14-ére kell csökkennie. Ezért az abszolút hőmérsékletnek

$\left(\frac{13}{14}\right)^2 = \frac{169}{196} \approx 0,862$ -szorosára kell csökkennie, ami hozzávetőlegesen **259 K = -14°C**.

Megjegyzés: A feladat kitűzésekor megadott formula segítségével a terjedési sebességek, illetve a különböző frekvenciákhoz tartozó hullámhosszak kiszámíthatók, melyek segíthetik a megoldót a munkájában, azonban a megoldáshoz elegendő azt tudni, hogy a hang terjedési sebessége a levegő abszolút hőmérsékletének négyzetgyökével arányos.

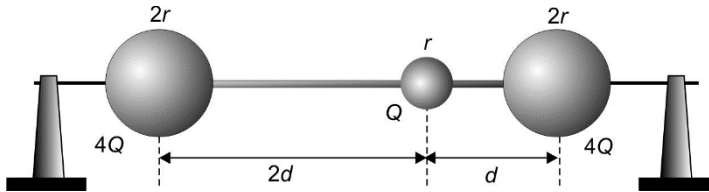
4.) Két kicsi, azonos méretű – átmérőjük mentén átfúrt – tömör szigetelő gömböcskét egy vékony, egyenes, szigetelő anyagból készült „szívószál” két végéhez rögzítünk. Egy harmadik, az előzőekhez képest feleakkora sugarú, m tömegű, szintén tömör szigetelő gömböcskét előzetesen „ráfűztünk” a szívószálra, amely azon sűrűdásmentesen csúszhat. Mindegyik gömböcske ugyanabból az anyagból

készült. Ezután egy merev, vékony, egyenes, műanyag (szigetelő) „kötőtű” vezetünk át a szívószálon, melyen a szívószál (a két végéhez rögzített nagyobb gömböcskékkel együtt) vízszintes irányban súrlódásmentesen csúszhat az ábrán látható módon.

Kezdetben a „felfűzött” gömb középpontja az egyik szélső gömb középpontjától $2d$, a másiktól pedig d távolságra helyezkedik el. Ezután a rendszert rögzítjük, majd a kisebbik gömbnek Q , a nagyobbaknak $4Q$, ugyanolyan előjelű, egyenletes töltéeloszlású, elektromos töltést adunk.

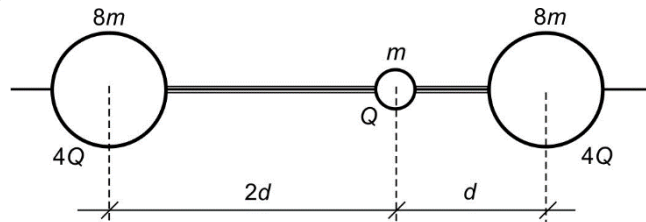
a) Határozzuk meg a „felfűzött” gömböcske maximális sebességét a rendszer rögzítésének feloldása után a kisebbik gömb m tömege és Q töltése, valamint a d távolság segítségével!

b) Fejezzük ki a d távolság segítségével, hogy a rendszer egyes tagjai mekkora amplitúdóval végeznek **nemharmonikus** rezgőmozgást a kezdeti rögzítés feloldása után!



Megoldás. Mivel mindhárom gömb ugyanabból az anyagból készült, ezért a szívószál végeinél rögzített gömbök tömege $8m$. (Az anyagsűrűségük megegyezik, továbbá a gömb térfogata a gömb sugarának harmadik hatványával arányos.)

Az adatok szerint Q a szigetelő pálcán csúsztatható gömb töltése, és a két végén lévő gömbök elektromos töltése $4Q$.



a) A vízszintes, súrlódásmentes alátámasztás miatt a rendszerre ható külső erők függőleges irányúak, és kiegyensúlyozzák egymást. Így a rendszer mechanikai értelemben zárt rendszernek tekinthető, ezért érvényes rá az impulzus-megmaradás, illetve a tömegközéppont megmaradásának törvénye.

Legyen v az elmozduló kicsiny gömb pillanatnyi sebessége, és az ezzel ellentétes irányba elmozduló másik két gömb pillanatnyi sebessége pedig V .

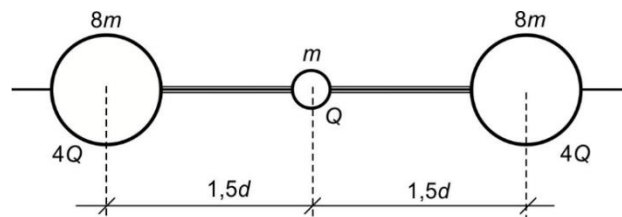
A lendület-megmaradás törvénye szerint:

$$mv = 16mV,$$

amiből

$$v = 16V.$$

A „felfűzött” gömbnek abban a pillanatban lesz maximális a sebessége, amikor a rá ható elektromos erők eredője nulla. Ez éppen a szívószál hosszának felezési pontjában teljesül.



Természetesen ugyanebben a pillanatban a szívószál végein lévő gömböknek is maximális sebességük lesz. Tehát a

$$v_{\max} = 16V_{\max} \quad (1)$$

összefüggés is érvényes a két pillanatnyi sebesség között.

Bármely pillanatban a rendszer az összes mechanikai (azaz mozgási) energiáját az elektromos erők munkájából nyerte. Ezt legkönnyebben úgy tudjuk kiszámítani, ha a kezdeti állapot (elektromos) potenciális energiájából kivonjuk a vizsgált pillanatbeli potenciális energiát:

$$\frac{k(4Q)Q}{2d} + \frac{k(4Q)Q}{d} - 2\frac{k(4Q)Q}{1,5d} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 + 2\frac{1}{2}(8m)V_{\max}^2,$$

ahol $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$.

Összevonás után:

$$\frac{2kQ^2}{3d} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 + 8mV_{\max}^2. \quad (2)$$

Behelyettesítve az (1) jelű egyenletből $V_{\max} = \frac{v_{\max}}{16}$ értékét:

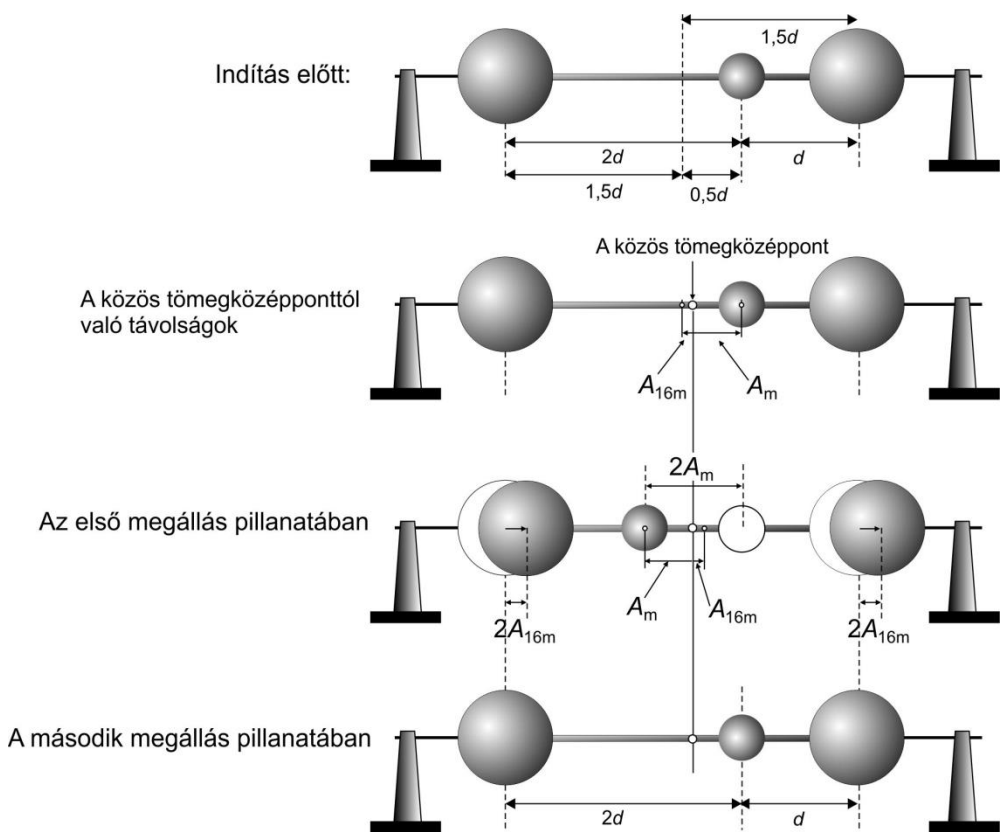
$$\frac{2kQ^2}{3d} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 + 8m\frac{v_{\max}^2}{256} \rightarrow \frac{2kQ^2}{3d} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 + m\frac{v_{\max}^2}{32} \rightarrow \frac{2kQ^2}{3d} = \frac{17}{32}mv_{\max}^2.$$

Ebből a kérdéses v_{\max} értéke

$$v_{\max} = 8Q\sqrt{\frac{k}{51dm}}.$$

(Értelemszerűen $V_{\max} = \frac{8Q}{16}\sqrt{\frac{k}{51dm}} = \frac{Q}{2}\sqrt{\frac{k}{51dm}}$.)

b) A felfűzött gömb és a szívószállal összekapcsolt gömbök is rezgőmozgást fognak végezni, azonban ezek a rezgések (a Coulomb-erő természetéből adódóan) nem harmonikusak, viszont éppen ellentétes fázisúak minden időpillanatban. A rendszer tömegközéppontja helyben marad, a kicsiny gömb is, illetve a kétszer $8m$ tömegű „test” is a tömegközéppont körül fog rezegni. Elegendő tehát azt meghatározni, hogy mekkora az egész rendszer tömegközéppontjának a távolsága a kicsiny gömbtől, illetve a másik két gömböcske közös tömegközéppontjától. Azt kell észrevenni, hogy a rendszer az indítást követően az ábrán látható módon a tömegközéppontra nézve szimmetrikus helyzetben áll meg, ami azt jelenti, hogy az indítástól a megállásig a kisebbik gömb elmozdulása is kétszerese az amplitúdójának, valamint a két nagyobbik gömböcske tömegközéppontjának (a szívószál közepének) az elmozdulása is kétszerese az amplitúdójának. A kétféle amplitúdó aránya megegyezik a kis gömböcske tömegének és a két nagyobb gömböcske össztömegének az arányával.



A kicsiny gömb kezdetben a szívoszál közepétől (vagyis a $16 m$ tömegű, két gömböcskéből álló rendszer tömegközéppontjától) $d/2$ távolságra van. Ezt a távolságot kell $1:16$ arányban osztani, hogy megkapjuk a két keresett amplitúdót. Eszerint a szívoszál a két szélső gömböcskével $A_{16m} = d/34$ amplitúdóval rezeg, míg a középső kicsiny gömböcske ennek 16-szorosával: $A_m = 16d/34 = 8d/17$.

Pontozási útmutató

1. feladat

Az átlagsebesség, $v = \sqrt{2gh}$ megadása	7 pont
A $t = 2L/v$ menetidő észrevétele	7 pont
A felezőpontban kell meghajlítani	3 pont
A minimális menetidő meghatározása	3 pont
Összesen	20 pont

2. feladat

a) A melegítés 3 szakaszának helyes értelmezése szakaszonként 3 pont	9 pont
A grafikon kvalitatív (nem feltétlenül méretarányos) megrajzolása	5 pont
b) A dugattyú sebességének meghatározása szakaszonként 2 pont	6 pont
Összesen	20 pont

3. feladat

a) A maximum feltétel felírása	2 pont
A minimum feltétel felírása	2 pont
A lehetséges egész szám meghatározása	2 pont
400 Hz-nél a válasz a feladat kérdésére	2 pont
b) A hang sebességének függése a hőmérséklettől	2 pont
A maximum feltétel felírása	2 pont
A minimum feltétel felírása	2 pont
A legközelebbi magasabb hőmérséklet megadása	3 pont
A legközelebbi alacsonyabb hőmérséklet megadása	3 pont
Összesen	20 pont

4. feladat

a) Az impulzus-megmaradás törvényének felismerése, helyes alkalmazása	5 pont
A maximális sebességek közötti kapcsolat helyes felírása	2 pont
Az energiamegmaradás törvényének felírása	5 pont
v_{\max} értékének kiszámítása	3 pont
b) A_m kiszámítása	3 pont
A_{16m} kiszámítása	2 pont
Összesen	20 pont

A „Javítási-értékelési útmutatóban” vázoltaktól eltérő számításokra, amelyek elvileg helyesek és a helyes végeredményre vezetnek, az alkérdésekre adható teljes pontszám jár. A nehézségi gyorsulás értékére $9,81 \text{ m/s}^2$, vagy 10 m/s^2 egyaránt elfogadható, hacsak a feladat máshogy nem rendelkezik.