

**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2012. május 8.**

# **MATEMATIKA**

## **KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA**

## **JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ**

**NEMZETI ERŐFORRÁS  
MINISZTERIUM**

---

---

## Fontos tudnivalók

### Formai előírások:

1. A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal** kell javítani, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölni a hibákat, hiányokat stb.
2. A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerül.
3. **Kifogástalan megoldás** esetén elég a maximális pontszám beírása a megfelelő téglalapokba.
4. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra.
5. Az ábrán kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti.

### Tartalmi kérések:

1. Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
2. A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
3. Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél **kevésbé részletezett**.
4. Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
5. **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel mint kiinduló adattal helyesen számol tovább a következő gondolati egységben vagy részkérdésben, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
6. Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **megjegyzés** vagy **mértékegység**, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.
7. Egy feladatra adott többféle helyes megoldási próbálkozás közül **a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető**.
8. A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
9. Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
10. **A vizsgafeladatsor II. B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető**. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha mégsem derül ki egyértelműen, hogy a vizsgázó melyik feladat értékelését nem kéri, akkor automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladat lesz az, amelyet nem kell értékelni.

## I.

<b>1.</b>		
$S_6 = -63$	2 pont	<i>Ha a vizsgázó jól felírja a sorozat elemeit vagy a mértani sorozat összegképletébe jól helyettesíti be az adatokat, de rosszul számol, akkor 1 pontot kap.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>2. első megoldás</b>		
Az $f$ egyenes egy normálvektora a $(2; -1)$ vektor, ez a vektor az $e$ egyenesnek is egy normálvektora.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
$2x - y = 2 \cdot 3 + (-1) \cdot (-2)$	1 pont	<i>Ez a pont jár az egyenes egyenletének bármely alakjába való jó behelyettesítés esetén.</i>
Az $e$ egyenes egyenlete: $2x - y = 8$ .	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>	

<b>2. második megoldás</b>		
Az $f$ egyenes meredeksége 2, így az $e$ egyenes meredeksége is 2.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
$-2 = 2 \cdot 3 + b$ egyenletből $b = -8$ .	1 pont	
Az $e$ egyenes egyenlete: $y = 2x - 8$ .	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>	

<b>3.</b>		
A minimum helye: $-2$ .	1 pont	
A minimum értéke: $4$ .	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>4.</b>		
A) igaz	1 pont	
B) igaz	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>5.</b>		
András fizetése az emelés után $156\,800$ Ft lett.	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>6.</b>		
$\alpha = 45^\circ$	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>7.</b>		
A kör középpontja: $K(-2; 0)$ ,	2 pont	<i>Ha csak az egyik koordináta jó, akkor 1 pont jár.</i>
sugara $r = 3$ .	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>	

<b>8.</b>		
Károly testtömegindexe $\approx 25,42$ (kg/m <sup>2</sup> ).	3 pont	<i>Ha a vizsgázó a magasságot nem számolja át méterbe, akkor legfeljebb 2 pontot kaphat. Más helyes kerekítés (pl. 25) is elfogadható.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>	

<b>9.</b>		
Két kockával 3-féleképpen lehet a dobott számok összege 4: (1; 3), (2; 2), (3; 1).	1 pont	
Két kockával összesen $6^2 = 36$ -félét dobhatunk.	1 pont	
Így a kérdéses valószínűség: $\frac{3}{36}$ ( $\approx 0,083$ ).	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>	

<b>10.</b>		
A logaritmus definíciója alapján: $x^2 = 16$ ,	1 pont	
a lehetséges $x$ értékek: 4,	1 pont	
-4.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>	

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó  $2\log_2 x = 4$ -et, majd ebből  $x = 4$ -et kap, akkor 1 pontot kaphat.*

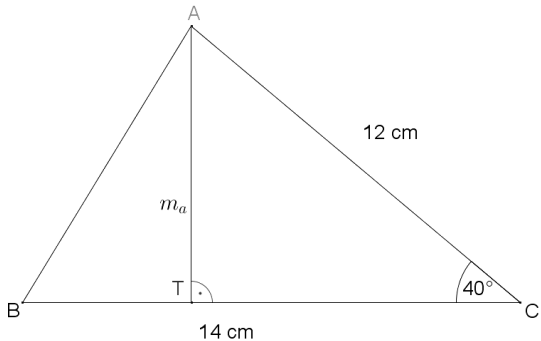
<b>11.</b>		
A tört egyszerűsített alakja: $\frac{x-3}{x+3}$ .	3 pont	<i>Ha a vizsgázó a számlálót, illetve a nevezőt jól alakítja szorzattá, akkor ezért 1-1 pontot kaphat.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>	

<b>12.</b>		
A helyes válasz betűjele: A.	2 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

## II. A

<b>13. a)</b>		
(A hatványozás azonosságainak felhasználásával) $5 \cdot 5^x + 5^2 \cdot 5^x = 30.$	1 pont	
$30 \cdot 5^x = 30$	1 pont	
$5^x = 1$	1 pont	
(Az 5 alapú exponenciális függvény szigorú monotonitása miatt) $x = 0.$	1 pont	
Ellenőrzés.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>5 pont</b>	

<b>13. b)</b>		
Az egyenlet bal oldalát közös nevezőre hozva: $\frac{3(x+2) - 2x}{x(x+2)} = 1.$	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó az első lépésben az egyenlet mindkét oldalát <math>x(x+2)</math>-vel megszorozza.</i>
Az egyenlet mindkét oldalát $x(x+2)$ -vel szorozva: $3(x+2) - 2x = x(x+2).$	1 pont	
A zárójelek felbontása és összevonás után: $x + 6 = x^2 + 2x.$	1 pont	
Nullára rendezve: $x^2 + x - 6 = 0.$	1 pont	
A másodfokú egyenlet gyökei: $x_1 = -3, x_2 = 2.$	2 pont	
Ellenőrzés.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>7 pont</b>	

<b>14. a) első megoldás</b>		
 <p style="text-align: center;">Az <math>ATC</math> derékszögű háromszögben <math>m_a = 12 \cdot \sin 40^\circ \approx</math> <math>\approx 7,7</math> cm.</p>	1 pont	<i>Ez az 1 pont akkor is jár, ha a vizsgázó ábra nélkül jól dolgozik.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>14. a) második megoldás</b>		
Az $ABC$ háromszög területe: $T = \frac{12 \cdot 14 \cdot \sin 40^\circ}{2}$	1 pont	
Ebből a $BC$ oldalhoz tartozó $m_a$ magasság: $m_a = \frac{12 \cdot 14 \cdot \sin 40^\circ}{14} \approx 7,7 \text{ cm.}$	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

<b>14. b)</b>		
A háromszög kérdéses oldalára a koszinusztételt felírva:	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
$AB^2 = 14^2 + 12^2 - 2 \cdot 14 \cdot 12 \cdot \cos 40^\circ$	1 pont	
$AB \approx 9,1 \text{ cm}$	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>	

<b>14. c) első megoldás</b>		
Az $AEDC$ négyszög trapéz, mert az $ED$ szakasz az $ABC$ háromszögben középvonal, így párhuzamos az $AC$ oldallal.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
$ED = 6 \text{ (cm)}$	1 pont	
A trapéz magassága az $ABC$ háromszög $AC$ oldalhoz tartozó magasságának a fele.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
Az $ABC$ háromszög területe: $T = \frac{12 \cdot 14 \cdot \sin 40^\circ}{2} (\approx 54 \text{ cm}^2).$	1 pont	$m_b = 14 \cdot \sin 40^\circ \approx$
Ebből az $AC$ oldalhoz tartozó $m_b$ magasság: $m_b = \frac{T \cdot 2}{12} \approx 9 \text{ (cm).}$	1 pont	$\approx 9 \text{ (cm).}$
Az $AEDC$ trapéz területe: $T = \frac{12 + 6}{2} \cdot \frac{m_b}{2} \approx$	1 pont	
$\approx 40,5 \text{ cm}^2.$	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>7 pont</b>	

<b>14. c) második megoldás</b>		
Az $AEDC$ négyszög területét megkapjuk, ha az $ABC$ háromszög területéből levonjuk a $BDE$ háromszög területét.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
A $BDE$ háromszög hasonló az $ABC$ háromszöghöz.	1 pont	

A hasonlóság aránya: $\frac{1}{2}$ ,	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
így a $BDE$ háromszög területe negyede az $ABC$ háromszög területének.	1 pont	
Mivel az $ABC$ háromszög területe: $T \approx 54 \text{ (cm}^2\text{)}$ ,	1 pont	
ezért a $BDE$ háromszög területe $\approx 13,5 \text{ (cm}^2\text{)}$ ,	1 pont	
így az $AEDC$ trapéz területe $\approx 40,5 \text{ cm}^2$ .	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>7 pont</b>	

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó helyes kerekítésekkel a kérdéses trapéz területére  $40,4 \text{ cm}^2$ -t kap eredményül, akkor a megfelelő pontok járnak.*

*Ha a vizsgázó az egész feladat megoldása során több helyen nem kerekít vagy rosszul kerekít, akkor emiatt összesen 1 pontot veszítsen. Ha a vizsgázó válaszait az egész feladat megoldása során több helyen mértékegység nélkül adja meg, akkor emiatt összesen 1 pontot veszítsen.*

**15. a)**

A nyári olimpiák évszámai egy olyan számtani sorozatot alkotnak, melynek első tagja 1896, különbsége pedig 4.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
$a_{20} = 1896 + 19 \cdot 4 = 1972$ , vagyis 1972-ben tartották a 20. nyári olimpiát.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

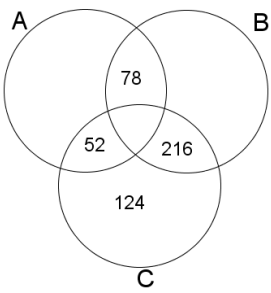
**15. b)**

$1896 + (n - 1) \cdot 4 = 2008$	1 pont	<i>Ez a 2 pont jár, ha a vizsgázó az olimpiák évszámának felsorolásával adja meg a jó választ.</i>
$n = 29$ . nyári olimpiát tartották 2008-ban.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>2 pont</b>	

**15. c)**

(A megadott két adatot egy számtani sorozat első, illetve harmadik tagjának tekintve:) $75 + 2d = 192$ ,	1 pont	
amiből $d = 58,5$ .	1 pont	
Így Eszter becslése a sorozat nyolcadik tagjára: $75 + 7d (= 484,5) \approx 485$ (millió dollár).	1 pont	
(A megadott két adatot egy mértani sorozat első illetve harmadik tagjának tekintve:) $75q^2 = 192$ ,	1 pont	
amiből ( $q > 0$ miatt) $q = 1,6$ .	1 pont	
Így Marci becslése a sorozat nyolcadik tagjára: $75q^7 \approx 2013$ (millió dollár).	1 pont	
$1383 - 485 = 898$ és $2013 - 1383 = 630$ ,	1 pont	
vagyis Marci becslése tér el kisebb mértékben a tényleges adattól.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>8 pont</b>	

## II. B

<b>16. a)</b>				
	<b>A halmaz</b>	<b>B halmaz</b>	<b>C halmaz</b>	
<b>52</b>	eleme	nem eleme	eleme	
<b>78</b>	eleme	eleme	nem eleme	
<b>124</b>	nem eleme	nem eleme	eleme	
<b>216</b>	nem eleme	eleme	eleme	
Minden jól kitöltött sor				1-1 pont
				<p><i>Ha a vizsgázó a táblázat egy sorát hibásan töltötte ki, de az adott számot a feladat szövegének megfelelő tartományba írja, akkor ez a pont sem jár.</i></p>
Minden jó helyre írt szám:				1-1 pont
<b>Összesen:</b>				<b>8 pont</b>

<b>16. b)</b>		
A három halmaz közös részében azok a pozitív egész számok vannak, melyek 100-nál nem nagyobbak és 3-mal és 4-gyel is (tehát 12-vel) oszthatók.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
Ezek a számok: $A \cap B \cap C = \{12; 24; 36; 48; 60; 72; 84; 96\}$ .	1 pont	<i>Ez a pont jár, ha a vizsgázó a <math>100 : 12 = 8,3</math> művelet eredményére hivatkozik.</i>
Összesen 8 darab ilyen szám van.	1 pont	
<b>Összesen:</b>		<b>3 pont</b>

<b>16. c)</b>		
Az $A$ halmaz elemeinek a száma: $ A  = 100$ .	1 pont	
Ezek közül hárommal osztható (vagyis $B$ -nek is eleme) 33 darab.	1 pont	
Négyvel osztható (vagyis $C$ -nek is eleme) 25 darab.	1 pont	
Tizenkettővel osztható (vagyis mindhárom halmaznak eleme) 8 darab.	1 pont	
Így az $A$ halmaz azon elemeinek a száma, melyek nem elemei sem a $B$ , sem a $C$ halmaznak: $100 - 33 - 25 + 8 = 50$ .	1 pont	
A kérdéses valószínűség: $P = \frac{50}{100} = 0,5$ .	1 pont	
<b>Összesen:</b>		<b>6 pont</b>



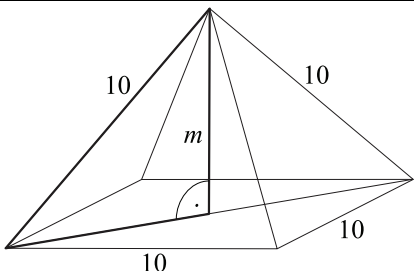
<b>17. a)</b>		
András jegyeinek átlaga 3,8,	1 pont	<i>Ez a 3 pont akkor is jár, ha a vizsgázó számológéppel jól számol.</i>
így jegyeinek szórása $\sqrt{\frac{(3-3,8)^2 + \dots + (5-3,8)^2}{5}} \approx$	1 pont	
$\approx 0,75$ .	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>	

*Megjegyzés: Ha számológéppel ún. „korrigált szórást” számol ( $\approx 0,84$ ), akkor 2 pontot kap.*

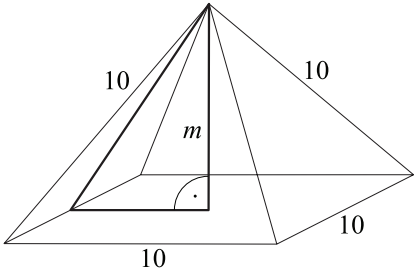
<b>17. b)</b>		
András jegyeinek átlaga 3,8, Bea jegyeinek átlaga 4,6.	1 pont	
Mivel Cili jegyeinek szórása 0, ezért minden jegye azonos.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
Így Cilinek minden jegye 4-es.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>	

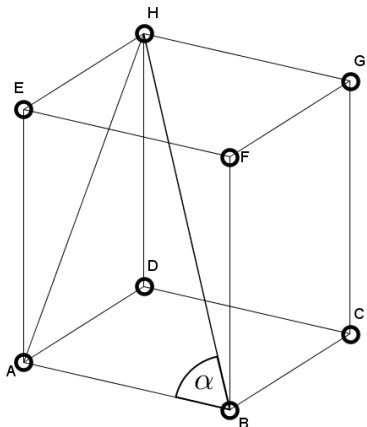
<b>17. c)</b>		
Dávid jegyeinek összege 22,	1 pont	
jegyeit nagyság szerint sorba rendezve a középső 4-es.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
A jegyek között 1-es, 2-es és 3-as nem szerepelhet. Négy darab 4-es nem lehet, mert akkor a jegyek összege nem lehet 22.	1 pont	<i>Ez a pont bármilyen helyes indoklás esetén jár.</i>
Dávid jegyei: 4; 4; 4; 5; 5.	1 pont	
Ezekkel a jegyekkel érettségi bizonyítványát $\binom{5}{2} =$	2 pont	<i>Ez a 3 pont jár, ha a vizsgázó felsorolja az összes lehetséges esetet.</i>
$= 10$ -féleképpen lehet kitölteni.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>7 pont</b>	

<b>17. d)</b>		
Jeles osztályzatot az osztály $\frac{1}{6}$ része ért el, a hozzájuk tartozó körcikk középponti szöge $60^\circ$ .	1 pont	
A közepes osztályzatot elérőkhöz tartozó középponti szög $360^\circ - (60^\circ + 45^\circ + 150^\circ) = 105^\circ$ ,	1 pont	
az ehhez tartozó diákok száma: $\frac{105^\circ}{360^\circ} \cdot 24$ ,	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó megállapítja, hogy egy diákhöz <math>15^\circ</math>-os középponti szög tartozik.</i>
vagyis közepes osztályzatot 7 diák szerzett.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	

<b>18. a)</b>		
A test alaplapja négyzet, melynek területe $T = 100 \text{ (cm}^2\text{)}$ .	1 pont	
 <p>A gúla <math>m</math> magassága egy olyan derékszögű háromszög egyik befogója, melynek átfogója 10 (cm), másik befogója (az alaplap átlójának fele):</p> $\frac{10 \cdot \sqrt{2}}{2} (= \sqrt{50} \approx 7,07 \text{ cm}).$	1 pont*	<i>Ez a 2 pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
(Így a Pitagorasz-tétel értelmében:)	1 pont*	
$m^2 = 100 - 50 = 50$ ,		
amiből ( $m > 0$ miatt) $m = \sqrt{50} (\approx 7,07 \text{ cm})$ .	1 pont	
A gúla térfogata $V = \frac{Tm}{3} = \frac{100 \cdot \sqrt{50}}{3} (\approx 236) \text{ cm}^3$ .	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>6 pont</b>	

A \*-gal jelölt 3 pontot az alábbi gondolatmenetért is megkaphatja a vizsgázó:

 <p>A gúla <math>m</math> magassága egy olyan derékszögű háromszög egyik befogója, melynek másik befogója 5 (cm), átfogója (egy 10 cm oldalú szabályos háromszög magassága):</p> $\frac{10 \cdot \sqrt{3}}{2} (= \sqrt{75} \approx 8,66 \text{ cm}).$	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
(Így a Pitagorasz-tétel értelmében:)	1 pont	
$m^2 = 75 - 25 = 50$ ,		

<b>18. b) első megoldás</b>		
 <p>(Mivel a kocka <math>BA</math> éle merőleges az <math>ADHE</math> oldallapra, ezért) a <math>HAB</math> szög nagysága <math>90^\circ</math>.</p>	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt</i>
A kocka élének hosszát $a$ -val jelölve $AH = a \cdot \sqrt{2}$ ,	1 pont	
így $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{2}$ ,	1 pont	
amiből ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ miatt) $\alpha \approx 54,74^\circ$ .	1 pont	<i>Bármilyen helyes kerekítés (pl. <math>55^\circ</math>) esetén jár ez a pont.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	

<b>18. b) második megoldás</b>		
A kocka élének hosszát $a$ -val jelölve $AH = a \cdot \sqrt{2}$ , $BH = a \cdot \sqrt{3}$ .	1 pont	
Az $ABH$ háromszögben felírható koszinusztétel: $2a^2 = a^2 + 3a^2 - 2 \cdot a \cdot a \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \alpha$ ,	1 pont	
amiből $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ,	1 pont	
így ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ miatt) $\alpha \approx 54,74^\circ$ .	1 pont	<i>Bármilyen helyes kerekítés (pl. <math>55^\circ</math>) esetén jár ez a pont.</i>
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó egy általa választott élhosszúságú kockából jól számolja ki a szöget, akkor teljes pontszámot kaphat.*

<b>18. c)</b>		
A gömböket jelölje a megadott fokszámok sorrendjében $A, B, C, D, E, F$ és $G$ . Az $A$ gömb mindegyik másik gömbbel össze van kötve.	1 pont	
Mivel $G$ elsőfokú gömb, ezért csak $A$ -val van összekötve.	1 pont	
$F$ is elsőfokú gömb, ezért $F$ is csak $A$ -val van összekötve.	1 pont	
Ezek szerint $B$ csak $A$ -val, $C$ -vel, $D$ -vel és $E$ -vel lehet összekötve, vagyis nem lehet ötödfokú.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>4 pont</b>	

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó egy olyan 7 csúcsú gráfot rajzol, amely tükrözi a feladat megértését, de szövegesen nem indokolja az ellentmondást, akkor 2 pontot kaphat.*

<b>18. d) első megoldás</b>		
Mindegyik felhasznált pálcika két gömböt köt össze, így az egyes csúcsokból induló pálcikákat megszámlálva minden felhasznált pálcikát kétszer számolunk meg.	1 pont	<i>Ez a 2 pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
Így az összes (jól) feljegyzett szám összege éppen kétszerese a pálcikák számának.	1 pont	
A pálcikák száma tehát: $\frac{6+5+3+3+2+2+1}{2} = 11$ .	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>	

<b>18. d) második megoldás</b>		
A gömböket tekintsük egy gráf csúcsainak, a gömböket összekötő pálcikákat pedig a gráf éleinek.	1 pont	<i>Ez a 2 pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
Ebben a gráfban a csúcsok fokszámának összege az élek számának kétszerese.	1 pont	
A pálcikák száma tehát: $\frac{6+5+3+3+2+2+1}{2} = 11$ .	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>3 pont</b>	

*Megjegyzés: Ha a vizsgázó egy helyesen felrajzolt gráfból adja meg az élek (pálcikák) számát, akkor ez a 3 pont jár.*