

Azonosító
jel:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

ÉRETSÉGI VIZSGA • 2010. május 4.

MATEMATIKA
EMELT SZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

2010. május 4. 8:00

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

| | |
|----------------|--|
| Pótlapok száma | |
| Tisztázati | |
| Piszkozati | |

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS
MINISZTERIUM

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!**
Ha a javító tanár számára nem derül ki egyértelműen, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 9. feladatra nem kap pontot.

| |
|--|
| |
|--|

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részsámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

I.

1. Adott az f és a g függvény.

$$f: D_f = \mathbf{R} \setminus \left\{ k \cdot \frac{\pi}{2}; k \in \mathbf{Z} \right\} \quad x \mapsto (\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x) \cdot \sin 2x.$$

a) Igazolja, hogy az így definiált f függvény konstans!

$$g: D_g = [-7; 7] \quad x \mapsto x^2 - 6|x|.$$

b) Számítsa ki a g függvény zérushelyeit!

c) Adja meg a g függvény értékkészletét!

| | | |
|-----|---------|--|
| a) | 3 pont | |
| b) | 3 pont | |
| c) | 6 pont | |
| Ö.: | 12 pont | |

Azonosító
jel:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

2. Kilenc számkártya fekszik az asztalon.



- a) Rakja négy csoportba a kilenc számkártyát úgy, hogy egyikben se legyen együtt egy szám és egy nála kisebb osztója! Adjon meg két lehetséges csoportosítást!
- b) Berci körbe rakta a kilenc számkártyát egy nagy papírra, és ha két szám között legalább kettő volt a különbség, akkor a két kártyát összekötötte egy vonallal. Összesen hány vonalat rajzolt meg ily módon Berci?

Csaba az első hat kártya felhasználásával (1, 2, 3, 4, 5, 6) két háromjegyű számot készített. Hívjunk egy ilyen számpárt duónak. (Például egy lehetséges duó: „415 ; 362”.)

A hat számból több ilyen duót lehet készíteni. Két duót egyenlőnek tekintünk, ha ugyanaz a két különböző háromjegyű szám alkotja. Például a „415 ; 362” és a „362 ; 415” duó egyenlők, de a „362 ; 145” már egy másik duó.

- c) Hány különböző duót lehet a hat számkártyából elkészíteni?

| | | |
|------------|---------|--|
| a) | 4 pont | |
| b) | 4 pont | |
| c) | 5 pont | |
| Ö.: | 13 pont | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

3. Egy mértani sorozat első három tagjának összege 91. A hatodik, a hetedik és a nyolcadik tag összege 2912. Hány tizenhárom-jegyű tagja van a sorozatnak?

| | | |
|-----|---------|--|
| Ö.: | 13 pont | |
|-----|---------|--|

Azonosító
jel:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

II.

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

- 5.** Egy áruházban egy mosóport négyféle kiserelésben árusítanak. Az első kiserelés 50%-kal drágább a harmadiknál, és 20%-kal kevesebb mosópor van benne, mint a másodikban. A második 50%-kal több mosóport tartalmaz, mint a harmadik, és 25%-kal többe kerül, mint az első.
- a)** Az első három kiserelés közül melyikben a legalacsonyabb a mosópor egységára?

A negyedik fajta kiserelést úgy állították össze, hogy annak dobozán a feltüntetett egységár megegyezett az első három kiserelés átlagos egységárával.

- b)** Ha a legolcsóbb kiserelésű dobozon 600 Ft egységárt tüntettek fel, akkor hány forint egységár szerepel a negyedik fajta dobozon?

| | | |
|------------|---------|--|
| a) | 13 pont | |
| b) | 3 pont | |
| Ö.: | 16 pont | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

6. Legyen $f(x) = -\frac{4x^3}{a} + \frac{3x^2}{a} + \frac{2x}{a} - a$, ahol a pozitív valós szám és $x \in \mathbf{R}$.

a) Igazolja, hogy $\int_0^a f(x) dx = -a^3 + a$.

b) Mely pozitív valós a számokra teljesül, hogy $\int_0^a f(x) dx \geq 0$?

c) Az x mely pozitív valós értéke esetén lesz a $g(x) = -x^3 + x$ függvénynek lokális (helyi) maximuma?

| | | |
|------------|---------|--|
| a) | 6 pont | |
| b) | 4 pont | |
| c) | 6 pont | |
| Ö.: | 16 pont | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

8.

- a) Peti levelet írt négy barátjának, Andrásnak, Bélának, Csabának és Daninak, és mindenkinek 1-1 fényképet is akart küldeni a nyaralásról. A négy fénykép különböző volt, és Peti mindegyikük hátlapjára ráírta, kinek szánja. A fényképeket végül figyelmetlenül rakta borítékba, bár mindenki kapott a levelében egy fényképet is.
- a1) Hányféleképpen fordulhat elő, hogy csak Andris kapja azt a fényképet, amelyen a saját neve szerepel?
- a2) Melyik esemény bekövetkezésének nagyobb a valószínűsége:
– senki sem kapja azt a fényképet, amelyet Peti neki szánt;
vagy
– pontosan egyikük kap olyan fényképet, amelyen a saját neve szerepel?
- b) Egy szabályos érme egyik oldalán a 6-os, a másikon pedig a 4-es számjegy látható. Az érmét négyszer egymás után feldobjuk, és a dobott számokat összeadjuk. Milyen értékeket kaphatunk összeg gyanánt?
Az egyes összegek dobásának mekkora a valószínűsége?

| | | |
|-----|---------|--|
| a1) | 3 pont | |
| a2) | 8 pont | |
| b) | 5 pont | |
| Ö.: | 16 pont | |

Azonosító
jel:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

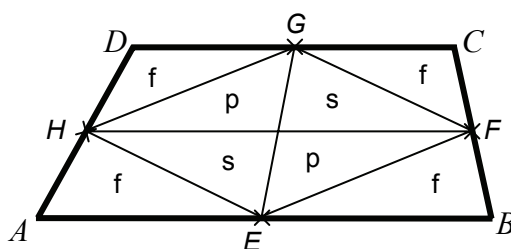
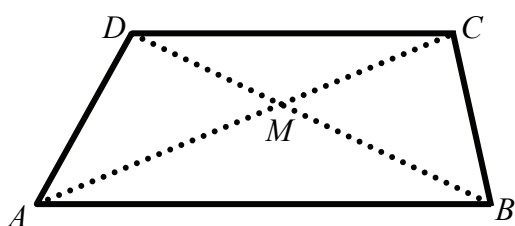
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

9. Egy 90 m^2 területű, trapéz alakú virágágyás párhuzamos oldalainak aránya $AB : DC = 3 : 2$. Az ágyást tavasszal és ősszel is az évszaknak megfelelő virágokkal ültetik be. Mindkét alkalommal mindegyik fajta virágból átlagosan 50 virágtövet ültetnek négyzetméterenként.

Tavasszal az átlókkal kijelölt négy háromszögre bontották a virágágyást. Az ABM háromszögbe sárga virágokat, a DMC háromszögbe fehéret, a maradék két részbe piros virágokat ültettek.

- a) A tavaszi parkosításkor hány darab fehér, hány piros és hány sárga virágot ültettek be?



Ősszel a másik ábra alapján tervezték meg a virágok elhelyezését. (Az E, F, G és H pontok a trapéz oldalainak felezőpontjai.) Ekkor is fehér (f), piros (p) és sárga (s) virágokat ültettek a tervrajz alapján.

- b) Az őszi parkosításkor hány darab fehér, hány piros és hány sárga virágot ültettek?

Válaszait az alábbi táblázatban tüntesse fel!

| | fehér | piros | sárga |
|-----------|-------|-------|-------|
| tavasszal | | | |
| ősszel | | | |

| | | |
|-----|---------|--|
| a) | 9 pont | |
| b) | 7 pont | |
| Ö.: | 16 pont | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

| | a feladat sorszáma | maximális pontszám | elért pontszám | maximális pontszám | elért pontszám |
|---|--------------------|--------------------------|----------------|--------------------|----------------|
| I. rész | 1. | 12 | | 51 | |
| | 2. | 13 | | | |
| | 3. | 13 | | | |
| | 4. | 13 | | | |
| II. rész | | 16 | | 64 | |
| | | 16 | | | |
| | | 16 | | | |
| | | 16 | | | |
| | | ← nem választott feladat | | | |
| Az írásbeli vizsgarész pontszáma | | | | 115 | |

dátum

javító tanár

| | elért pontszám egész számra kerekítve | programba beírt egész pontszám |
|----------|--|---|
| I. rész | | |
| II. rész | | |

dátum

dátum

javító tanár

jegyző