ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2010. október 19.

MATEMATIKA
OLASZ NYELVEN

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI
ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI
ÚTMUTATÓ

NEMZETI ERŐFORRÁS
MINISZTÉRIUM

Indicazioni importanti

Richieste di forma:

1. L'insegnante deve correggere il compito con una **penna di colore differente** da quello usato dallo studente. Deve indicare gli errori in base alla propria esperienza.
2. I **punti** devono essere scritti nella **seconda casella** grigia, nella prima va segnato il punteggio massimo.
3. Nel caso di una **soluzione priva di errori** è sufficiente scrivere il punteggio massimo nella casella corrispondente.
4. Nel caso di una soluzione sbagliata o incompleta, anche **i punti parziali** assegnabili devono essere scritti sul compito.
5. Le parti scritte a matita non verranno valutate, ad eccezione dei disegni.

Richeste di contenuto:

1. Alcuni esercizi possono avere soluzioni diverse le cui valutazioni sono indicate nella guida alla correzione. Nel caso di **soluzioni diverse** da quelle indicate, l'insegnante deve valutare in base alle parti corrispondenti della guida.
2. I punti della guida possono essere **suddivisi** solo in punti interi.
3. Se lo svolgimento e il risultato finale sono evidentemente giusti, meritano il punteggio massimo anche se la soluzione è **meno dettagliata** di quella della guida.
4. Non ottiene punti il passaggio in cui si commette un **errore di calcolo**. Per i successivi passaggi in accordo con la soluzione giusta si possono assegnare i punti parziali corrispondenti a patto che in conseguenza di un calcolo sbagliato il problema non si sia cambiato.
5. In un'unità logica (indicata con linea doppia nella guida) neanche i passaggi formalmente giusti meritano punti se seguono un **ragionamento sbagliato**. Se lo studente applica un risultato parziale, derivante da un ragionamento errato, in modo giusto, come dato di partenza dell'unità logica seguente, merita il punteggio massimo di questa unità, a patto che in conseguenza dell'errore il problema non sia cambiato.
6. La soluzione è considerata completa anche se manca una **notazione** o **l'unità di misura** indicata fra parentesi nella guida alla correzione.
7. Tra gli svolgimenti giusti, si valuta una sola soluzione, **quella che è indicata dallo studente**.
8. L'insegnante **non può dare punti in premio**. (Punti più alti di quelli indicati).
9. L'insegnante **non può sottrarre punti** per i passaggi parziali errati non utilizzati nella soluzione.
10. **Dei tre esercizi della parte II.B possono esserne valutati solo due.** Lo studente probabilmente avrà segnato – nella casella corrispondente - il numero dell'esercizio la cui valutazione non verrà aggiunta alla somma dei punti. Ovviamente l'esercizio sopraindicato non va corretto. Se la scelta non è univoca, allora automaticamente l'ultimo esercizio nell'ordine dato che non sarà valutato.

I.

1.		
$A \cap B = \{a; b; d\}$,	1 punto	*Possiamo dare punti soltanto per le risposte corrette.*
$A \cup B = \{a; b; c; d; e; f\}$	1 punto	
Totale:	**2 punti**	

2.		
Nel gruppo ci sono 12 membri.	1 punto	
In totale hanno scritto 132 SMS.	1 punto	
Totale:	**2 punti**	*Se scrive il risultato corretto riceve 2 punti.*

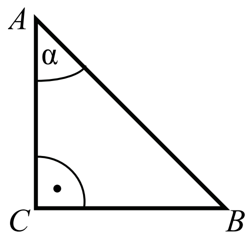
3.		
$a = -2$	1 punto	
$b = \frac{1}{2}$	2 punti	
Totale:	**3 punti**	

4.		
L'espressione può essere definita se $x > -3{,}5$.	2 punti	*Se indica anche l'uguaglianza oppure ricava male la x, si può assegnare 1 punto al massimo.*
Totale:	**2 punti**	

5.		
$a > 1$	2 punti	*Se la risposta è $a \geq 1$ riceve 1 punto.*
Totale:	**2 punti**	

6.		
Tra gli elementi dell'insieme *A, l*e soluzioni dell'equazione sono -1 e 0.	2 punti	*Per ogni risposta corretta: 1 punto. Per ogni risposta sbagliata perde 1 punto. (Naturalmente il punteggio non può essere negativo).*
Totale:	**2 punti**	

7.



(Per le definizioni delle funzioni trigonometriche): $BC = \sin\alpha$,	1 punto	*(In base a)AC = cosα*
$AC=BC$,	1 punto	*cosα = sinα*
allora $\alpha = 45°$.	1 punto	
Totale:	**3 punti**	

8.

I. falsa;	1 punto	
II. vera;	1 punto	
III. vera;	1 punto	
IV. falsa.	1 punto	
Totale:	**4 punti**	

9.

$b=\sqrt[3]{\frac{c}{d}}$ oppure $b=\left(\frac{c}{d}\right)^{\frac{1}{3}}$	2 punti	*Se applica male una identità, può ricevere 1 punto, nel caso di più di un errore non riceve nessun punto.*
Totale:	**2 punti**	

10.

Formula giusta,	2 punti	*La funzione espressa soltanto con il grafico non dà punti.*
punto di massimo corretto.	1 punto	
Totale:	**3 punti**	

11.

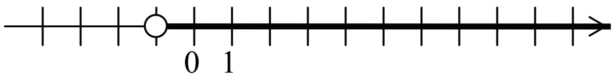
Disegno di un grafo corretto:	2 punti	
Totale:	**2 punti**	

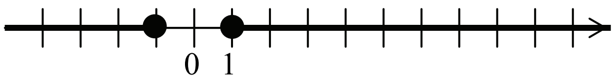
12.

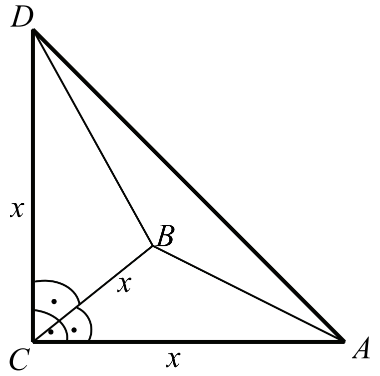
Il centro si trova sull'asse della corda,	1 punto	*Anche la soluzione grafica è accettabile.*
così la sua prima coordinata è 4.	1 punto	
Il centro: $O(4; 4)$.	1 punto	
Totale:	**3 punti**	

u = v vale 1 punto;
descrizione delle equazioni $(1-u)^2+(-u)^2=r^2$ *e* $(7-u)^2+(-u)^2=r^2$ *1 punto;*
calcolo di u =4 e O(4; 4) dal sistema: 1 punto.

II.A

13. a)		
$12x-6\cdot(x-1)>3\cdot(x-3)-4\cdot(x-2)$	1 punto	
$12x-6x+6>3x-9-4x+8$	1 punto	
$6x+6>-x-1$	1 punto	
$7x>-7$ cioe' $x>-1$	1 punto	
	1 punto	
Totale:	**5 punti**	

13. b)		
$-3x^2\le -3$	1 punto	
$x^2\ge 1$	2 punti	*Questi 2 punti non possono essere suddivisi.*
(L'insieme delle soluzioni e l'insieme delle *x* per le quali) $x\ge 1$	1 punto	
oppure $x\le -1$.	1 punto	
	2 punti	*Si può assegnare 1 punto per ciascun intervallo soltanto se gli estremi sono giusti.*
Totale:	**7 punti**	

14. a)		
		
2,88 dl = 288 cm^3.	1 punto	
L'area di base del tetraedro: $T_a = \frac{x^2}{2}$ (l'altezza è x) da cui	1 punto	*Questi due punti valgono anche se scrive bene il volume della piramide con un altro filo logico.*
il volume: $V = \frac{x^3}{6}$.	1 punto	
$288 = \frac{x^3}{6}$, da cui	1 punto	
$x^3 = 1728$; $x = 12$.	1 punto	
Tutti i lati del triangolo *ABD* sono uguali,	1 punto	
la loro lunghezza: $x \cdot \sqrt{2} \approx 16{,}97 \approx 17\,cm.$	1 punto	
Gli spigoli del tetraedro misurano 12 cm e 17 cm.	1 punto	
Totale:	**8 punti**	*Se il risultato è sbagliato a causa del cambiamento dell'unità di misura, possono essere dati soltanto 6 punti.*

14. b)		
Le aree dei triangoli rettangoli congruenti: $T_1 = \frac{144}{2} = 72$ (cm^2).	1 punto	
L'area della quarta faccia: $T_2 = \frac{2x^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \approx$	1 punto	
$\approx 124{,}7$ (cm^2).	1 punto	
La superficie totale del contenitore: $A = 3T_1 + T_2 = 340{,}7 \approx 341$ cm^2.	1 punto	*Se calcola con il lato di 17 cm, $T_2 = 125{,}1$ cm^2 e la superficie misura $A \approx 341$ cm^2*
Totale:	**4 punti**	

15. a) prima soluzione		
(Gli eventi del lancio doppio sono equiprobabili, così si può applicare il modello classico) . In totale possono accadere $6^2 = 36$ lanci doppi.	2 punti	*I 2 punti valgono anche se questo concetto appare soltanto dalla soluzione.*
Il primo lancio può essere di 2 tipi, il secondo di 4 tipi,	1 punto	
così ci sono $2\cdot 4 = 8$ lanci doppi „buoni”.	1 punto	
Così la probabilità che in un turno otteniamo 1 punto e questo punto è ottenuto al primo lancio è $\frac{8}{36}\left(=\frac{2}{9}\approx 0{,}22\right)$.	1 punto	
Totale:	**5 punti**	

15. a) seconda soluzione		
(Il primo e il secondo lancio sono indipendenti) .		
Al primo lancio il giocatore riceve punti con probabilità $\frac{2}{6}$,	1 punto	
al secondo lancio non riceve punti con probabilità $\frac{4}{6}$.	1 punto	
La probabilità cercata è $\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{6}$,	2 pont	
cioè $\frac{8}{36}=\left(\frac{2}{9}=0{,}22...\right)$.	1 punto	
Totale:	**5 punti**	

15. b)		
Possiamo ricevere esattamente 1 punto se il primo lancio è buono (si ottiene un punteggio) e il secondo non lo è o viceversa.	2 punti	*I 2 punti valgono anche se queso concetto risulta soltanto dalla soluzione.*
In totale ci sono $2\cdot 2\cdot 4 = 16$ casi.	1 punto	
Possiamo ricevere 2 punti in $2\cdot 2 = 4$ casi,	1 punto	
Così, la probabilità che in un turno otteniamo punti è $\frac{20}{36}=\frac{5}{9}$.	1 punto	*In 20 casi su 36 otteniamo punti.*
La probabilità che non riceviamo nessun punto è $1-\frac{5}{9}=\frac{4}{9}$,	1 punto	*Ci sono 16 casi in cui non otteniamo nessun punto.*
allora il primo evento ha probabilità maggiore.	1 punto	
Totale:	**7 punti**	

15. a) e b) **altra soluzione**		
La **prima riga** della tabella mostra i risultati del **primo lancio**, mentre la **prima colonna** fa vedere i risultati del **secondo lancio**. Nelle caselle ci sono i punteggi ottenuti in un turno. Ci sono 36 casi equiprobabili, possiamo applicare il modello classico.		

	1	2	3	4	5	6
1	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**
2	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**
3	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**
4	**1**	**1**	**1**	**2**	**2**	**1**
5	**1**	**1**	**1**	**2**	**2**	**1**
6	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**

Riempimento corretto della tabella	6 punti	
indica le caselle corrispondenti all'evento a): La probabilità cercata è $\frac{8}{36}$.	2 punti	
b) Non otteniamo punti : caselle la probabilità è $\frac{16}{36}$. Questo numero è minore di $\frac{1}{2}$, la probabilità che otterremo punti è maggiore.	4 punti	
Totale:	**12 punti**	

II.B

16. a)

$a_8 = a_1 + 7d$, dove d è la ragione della progressione $14 = -7 + 7d$	1 punto	
$d = 3$.	1 punto	
$660 \geq S_n$	1 punto	*Se non scrive una disequazione (o non la usa nei calcoli), però verifica che la soluzione dell'esercizio è l'insieme dei numeri interi positivi non maggiori di 24, riceve 7 punti.*
$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)\cdot d}{2}\cdot n = \frac{-14 + 3\cdot(n-1)}{2}\cdot n$	1 punto	
$3n^2 - 17n - 1320 \leq 0$.	1 punto	
La funzione di secondo grado della parte sinistra ha un minimo, (a=3>0, oppure si riferisce al grafico etc.),	1 punto	
intersezoni con l'asse: 24 e $-\frac{55}{3}$ (numero negativo).	1 punto	
$\left(-\frac{55}{3} < 0 <\right) n \leq 24$	1 punto	
Nel nostro esercizio n è un numero intero positivo, i valori possibili di n sono: 1, 2, …, 23, 24.	1 punto	
Totale:	**9 punti**	

Anche la risposta giusta in base all'esame dei S_1, S_2, …, S_{24}, S_{25} merita punteggio pieno. Se manca l'esame di S_{25}, oppure non fa riferimento alla monotonia, riceve 7 punti. Se calcola tramite un'equazione e ricava la soluzione n=24, riceve 4 punti.

16. b)

$a_4 = a_1 \cdot q^3$, dove q è la ragione della progressione. $-189 = -7\cdot q^3$	1 punto	
$q = 3$.	1 punto	
$S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} = -7 \cdot \frac{3^n - 1}{2}$	1 punto	
$-68887 = -7 \cdot \frac{3^n - 1}{2}$	1 punto	
$3^n = 19\,683$	2 punti	
La funzione esponenziale è biunivoca (sempre crescente),	1 punto	*Possiamo accettare altri metodi.*
$n = 9$.	1 punto	
Totale:	**8 punti**	

17. a)		
L'area del triangolo regolare di lato a: $t_1 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \approx 2{,}7\ (\text{cm}^2)$.	1 punto	
La parte sopra il triangolo regolare è un segmento circolare appartenente ad un angolo al centro di 60º di una circonferenza di raggio *a*.	1 punto	
la cui area: $t_2 = \frac{a^2\pi}{6} - \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2}{2} \cdot \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx 0{,}6\ (\text{cm}^2)$.	1 punto	
Otteniamo l'area della parte superiore „una luna" se sottraiamo l'area del segmento circolare dall' area del semicerchio di raggio $\frac{a}{2}$.	1 punto	*Vale 1 punto anche se questo concetto risulta soltanto nella soluzione.*
$t_3 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \pi - t_2 = \frac{a^2\pi}{8} - \frac{a^2}{2}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = .$	1 punto	
$= \frac{a^2}{2}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx 1{,}9\ (\text{cm}^2)$.	1 punto	
Totale:	**6 punti**	

17. b) prima soluzione		
Se prendiamo in considerazione soltanto la condizione (1), il colore della „luna" può essere di quattro tipi,	1 punto	
il colore del segmento circolare può essere di 3 tipi a causa di (1),	1 punto	
il colore del triangolo regolare può essere di tre tipi perché non può coincidere soltanto con il colore del segmento circolare.	1 punto	
Il numero della colorazione che soddisfa la condizione (1) è $4 \cdot 3 \cdot 3 = 36$.	1 punto	
Da questi 36 casi dobbiamo sottrarre i casi per i quali la condizione (2) non è soddisfatta.	1 punto	
Il numero dei casi quando usiamo 3 colori e la parte rossa è adiacente a quella gialla è $4 \cdot 2 = 8$.	2 punti	
perché le parti rossa e gialla possono essere poste in quattro modi diversi, e il terzo colore in ogni caso può essere di due tipi.	1 punto	
Tale colorazione, in cui usiamo soltanto i colori rosso e giallo, può essere di due tipi.	2 punti	
Così il numero delle colorazioni che soddisfano ambedue le condizioni è $36 - (8 + 2) = 26$.	1 punto	
Totale:	**11 punti**	

17. b) **seconda soluzione**		
Se usiamo il colore rosso ed anche il colore giallo nella colorazione, allora questi colori possono essere applicati soltanto per la „luna” e per il triangolo regolare, a causa di (2)	1 punto	*Risposta giusta, senza giustificazioni vale 1 punto.*
Il colore del segmento circolare può essere verde o blu. Abbiamo $2 \cdot 2 = 4$ possibilità.	1 punto	
Se non usiamo il colore rosso, allora abbiamo due casi: 1. Usiamo tutti e tre i colori rimanenti. In questo caso il numero delle possibilità è $3! = 6$.	1 punto	
2. Usiamo due dei tre colori rimanenti. Questi due colori possono essere scelti in tre modi differenti,	1 punto	
ed a causa di (1) con questi due colori scelti possiamo preparare due emblemi.	1 punto	*Risposta giusta, senza giustificazioni vale 1 punto.*
In questo caso il numero delle possibilità è $3 \cdot 2 = 6$.	1 punto	
Allora il numero delle colorazioni che non contengono il colore rosso è $6 + 6 = 12$.	1 punto	*Se il candidato non si accorge dei casi calcolati due volte, allora riceve 3 punti sui 4 punti disponibili.*
Anche il numero delle colorazioni che non contengono il colore giallo è 12.	1 punto	
Tra queste ci sono due colorazioni in cui non usiamo nè rosso, nè giallo.	1 punto	
Questi 2 casi li abbiamo calcolati nei passaggi precedenti, così il numero delle colorazioni che non contengono il colore giallo, differenti da quelle già calcolate, sono 10.	1 punto	
Il numero totale delle possibilità corrispondenti alle condizioni poste è $4 + 12 + 10 = 26$.	1 punto	
Totale:	**11 punti**	

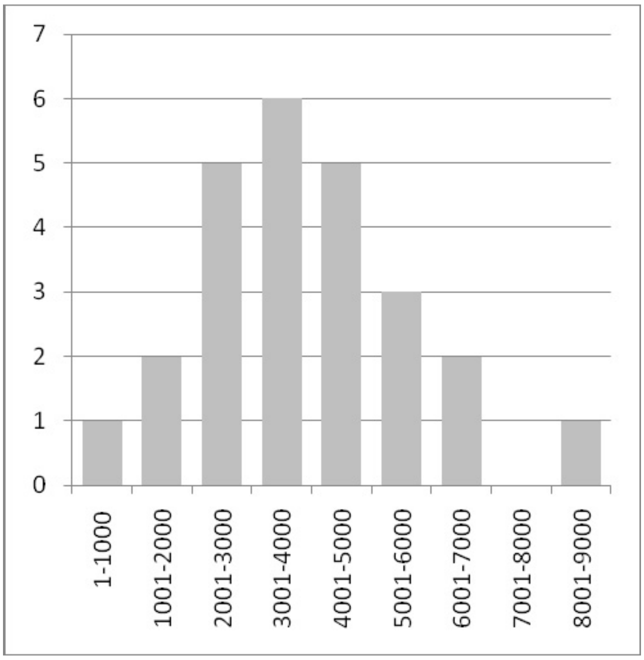
17. b) **terza soluzione**		
Se consideriamo soltanto la condizione (1), allora con tre dei quattro colori abbiamo $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ tipi di colorazioni.	2 punti	
Con due dei quattro colori e soltanto la condizione (1) il numero delle colorazioni possibili è $\binom{4}{2} \cdot 2 = 12$.	2 punti	
Dobbiamo sottrarre i casi che non soddisfano la condizione (2) da tutti i 36 casi.	1 punto	
Il numero delle colorazioni quando coloriamo con 3 colori e le parti rosse sono adiacenti alle parti gialle è $4 \cdot 2 = 8$,	2 punti	
perché la parte rossa e la parte gialla possono sistemarsi in quattro modi diversi, ed il terzo colore in ogni caso può essere di due tipi.	1 punto	
Le colorazioni in cui usiamo soltanto i colori rosso e giallo sono due.	2 punti	
Così il numero delle colorazioni che soddisfano ambedue le condizioni è $36 - (8 + 2) = 26$.	1 punto	
Totale:	**11 punti**	

Nota: Se cerca la soluzione tramite l'elenco dei casi concreti:
- *l'elenco sistematico di tutti i casi:11 punti;*
- *se il candidato fa tutte le 26 colorature possibili in qualsiasi modo, ma non ne risulta che ci possano essere altre soluzioni puó ricevere 9 punti al massimo;*
- *se non considera qualsiasi condizione: 3 punti al massimo;*
- *elenca soltanto casi buoni, ma non tutti, può avere 5 punti al massimo.*

18. a)		
La somma dei 25 dati della serie è 101 400.	1 punto	
Cosí la media aritmetica è $\frac{101\,400}{25}=$	1 punto	
$=4056(\text{Ft})$.	1 punto	
Totale:	**3 punti**	

<table>
<tr><td colspan="3">18. b)</td></tr>
<tr><td>La tabella di frequenza dei dati classificati nelle classi di 1000 Ft:
<table>
<tr><th>Costo mensile in Ft</th><th>Numero della famiglia</th></tr>
<tr><td>1-1000</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1001-2000</td><td>2</td></tr>
<tr><td>2001-3000</td><td>5</td></tr>
<tr><td>3001-4000</td><td>6</td></tr>
<tr><td>4001-5000</td><td>5</td></tr>
<tr><td>5001-6000</td><td>3</td></tr>
<tr><td>6001-7000</td><td>2</td></tr>
<tr><td>7001-8000</td><td>0</td></tr>
<tr><td>8001-9000</td><td>1</td></tr>
</table></td><td>3 punti</td><td>Se ci sono 1, o 2 dati errati riceve 2 punti,

nel caso di 3 o 4 dati errati riceve 1 punto,

nel caso di più di 4 errori non riceve punti.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>2 punti</td><td>Anche il diagramma con assi invertiti riceve punteggio massimo.

Per il diagramma corretto ottenuto dalla serie di dati errati (gli assi sono corretti, le unitá sugli assi sono corrette) riceve 2 punti.</td></tr>
<tr><td align="right">Totale:</td><td>5 punti</td><td></td></tr>
</table>

18. c)		
Eliminando i due dati estremi la nuova media aritmetica: $\frac{91\,900}{23} \approx$	1 punto	
$\approx 3996(\text{Ft})$.	1 punto	
Siccome $\frac{3996}{4056} \approx 0{,}9852$,	1 punto	
la media è diminuita dell' $\approx 1{,}48\,\%$.	1 punto	*1,49% è accettabile*
L'elemento più piccolo della serie dei nuovi dati è 1200 Ft, il più grande è 6800 Ft,	1 punto	
così l'estensione dei dati è 5600 Ft.	1 punto	
Totale:	**6 punti**	

18. d)		
La nuova media: $\frac{25 \cdot 4056 + (4056 - 1000) + (4056 + 1000)}{27} =$	2 punti	*Numeratore corretto: 1 punto, denominatore corretto: 1 punto.*
$= \frac{27 \cdot 4056}{27} = 4056$.	1 punto	
Totale:	**3 punti**	