Azonosító jel:

ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2009. május 5.

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2009. május 5. 8:00

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS MINISZTÉRIUM

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 9. feladatra nem kap pontot.
4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!

I.

1. Egy 26 fős osztályban felmérték, hogy hetente átlagosan ki hány órát tölt otthoni tanulással. A felmérés eredményét a következő táblázat tartalmazza:

A tanulással töltött órák száma	3	4	5	6	7	8	9	10
A diákok száma	6	3	1	2	0	5	5	4

a) Számolja ki, hogy az osztályban egy diák hetente átlagosan hány órát tölt otthoni tanulással! Határozza meg az osztályban az otthoni tanulással töltött órák számának további középértékeit (móduszát, illetve mediánját) is!

b) Készítsen oszlopdiagramot a táblázat adataiból!

a)	7 pont	
b)	3 pont	

2. Egy kávéforgalmazó cég kétfajta kávéból készíti a keverékeit. Ha az A típusú kávéból 20 kg-ot és a B típusúból 30 kg-ot kevernek össze, a keverék egységára kilogrammonként 1860 Ft lesz.
Ha az A típusú kávéból 30 kg-ot, a B típusúból 20 kg-ot kevernek össze, akkor a keverék egységára 1740 Ft lesz.

a) Mennyi az A, illetve B típusú kávék kilogrammonkénti egységára?

b) 60 kg 2000 Ft egységárú keveréket akarnak előállítani. Hány kilogrammot keverjenek bele az A, illetve a B típusú kávéból?

a)	10 pont	
b)	4 pont	

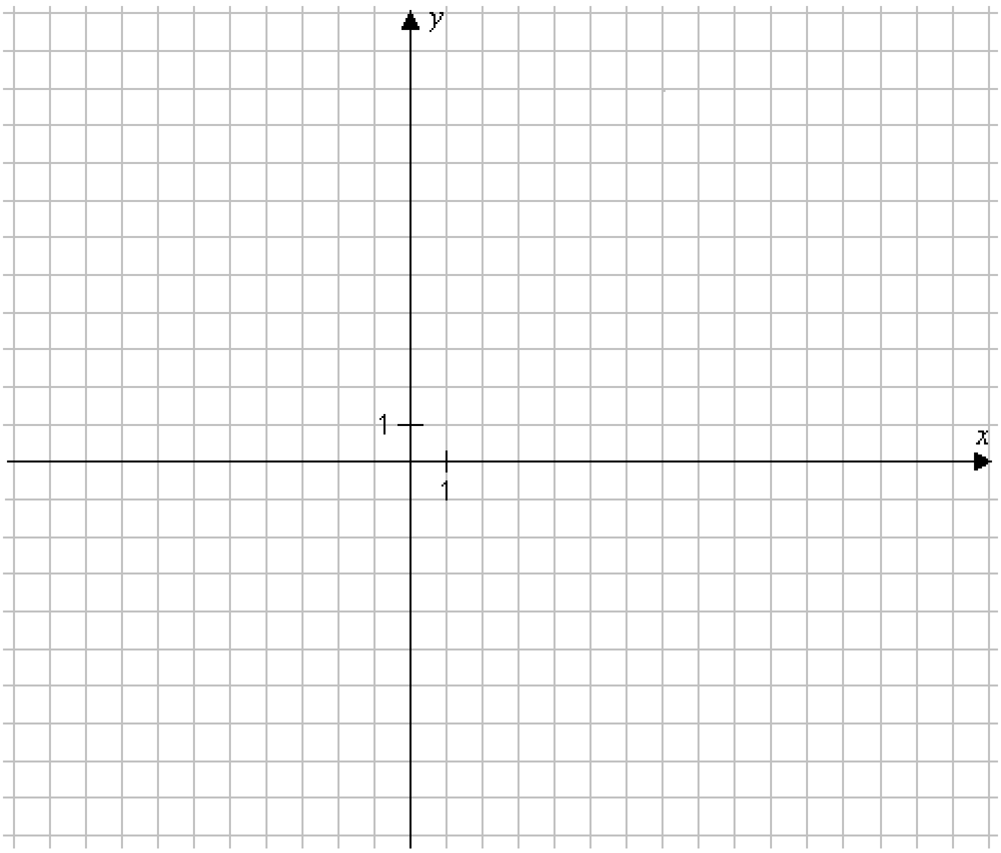
3. Adott a valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto 2x^2 - 4x - 6$ függvény.

a) Számítsa ki a függvény zérushelyeit és számítással határozza meg a függvény minimumának helyét és értékét!

b) Ábrázolja a függvényt a $[-2;\ 4]$ intervallumon!

c) Határozza meg az $y = 2x^2 - 4x - 6$ egyenletű parabola fókuszpontjának koordinátáit!

a)	6 pont	
b)	3 pont	
c)	4 pont	



4. Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\sqrt{x^2 - 3x} \cdot \log_{0,1}(x+2) < 0 .$$

14 pont	

II.

Az 5–9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon az üres négyzetbe!

5. Egy pozitív számokból álló mértani sorozat első három tagja: a, b, c. Ha az első két tag változatlanul hagyása mellett a harmadik tagot $(a + 2b)$-vel csökkentjük, akkor egy számtani sorozat első három tagjához jutunk. Az a, $b + 9$, c számok ebben a sorrendben ugyancsak egy számtani sorozat egymást követő tagjai.
Határozza meg az a, b és c számokat!

16 pont	

Az 5–9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon az üres négyzetbe!

6. **a)** Hány hatjegyű számot lehet készíteni a 0, 1, 2, 3, 4, 5 számjegyek felhasználásával, ha a számjegyek többször is felhasználhatók?

b) A fenti hatjegyű számok között hány különböző számjegyekből álló, öttel osztható szám van?

c) A 0, 1, 2, 3, 4, 5 számjegyek felhasználásával hány olyan hatjegyű számot képezhetünk, amelyben legalább egy számjegy ismétlődik? (Legalább egy számjegy legalább kétszer fordul elő.)

a)	3 pont	
b)	6 pont	
c)	7 pont	

Az 5–9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon az üres négyzetbe!

7. András és Bálint éjszakai túrán vettek részt. Sík terepre érve a távolban két különböző irányban is tűzijátékot vettek észre, és meg akarták állapítani a két tűzijáték helyszínének a távolságát. Megmérték, hogy a fény felvillanása után az egyik irányból 18, a másik irányból 14 másodperc alatt ért hozzájuk a petárdák durranásának hangja. A hang terjedési sebességét $340\frac{\text{m}}{\text{s}}$-nak vették, a fény terjedéséhez szükséges időt elhanyagolták. Aztán – mivel szögmérő műszerük nem volt – András az egyik, Bálint a másik tűzijáték irányába indulva megtettek 32–32 lépést, majd megmérték, hogy így egymástól 60 lépés távolságra kerültek. (Természetesen igyekeztek egyforma hosszúságú lépésekkel mérni.)

a) András és Bálint mérési adatai alapján számolja ki a két tűzijáték távolságát kilométer pontossággal!

A túra során a fele utat $2\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, a másik felét $5\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ átlagsebességgel tették meg.

b) Mekkora az egész útra számított átlagsebességük?

a)	10 pont	
b)	6 pont	

Az 5–9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon az üres négyzetbe!

8. Egy forgáskúp alapkörének átmérője 10 cm, alkotója 13 cm. Írjon ebbe egy olyan, a kúppal közös szimmetriatengelyű forgáshengert, amelynek alaplapja a kúp alaplapjára illeszkedik, és térfogata maximális!
Mekkora ennek a hengernek a sugara?

16 pont	

Az 5–9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon az üres négyzetbe!

9. Egy zeneiskolában három hangszeren: zongorán, gitáron és szaxofonon lehet tanulni. Tavaly 18 tanuló iratkozott be a zeneiskolába. Közülük mindenki egy vagy két hangszeren tanult játszani, három hangszeren egyikük sem. Tizenöten tanultak zongorázni, nyolcan gitározni és heten szaxofonozni.

a) Hányan tanultak pontosan két hangszeren játszani?

Ebben a zeneiskolában nem volt olyan diák, aki tanult volna gitározni is és szaxofonozni is. A csak egy hangszeren tanulók közül azok, akik szaxofonozni tanultak, kétszer annyian voltak, mint azok, akik gitározni tanultak.

b) Hányan voltak, akik zongorázni és gitározni is tanultak? Hányan voltak, akik zongorázni és szaxofonozni is tanultak?

c) A zeneiskola tanulói között két jegyet sorsoltak ki ugyanarra a hangversenyre úgy, hogy két diák nevét húzták ki véletlenszerűen. Mekkora a valószínűsége, hogy vagy mindkét kisorsolt diák szaxofonozni tanult, vagy mindketten gitározni tanultak?

a)	3 pont	
b)	7 pont	
c)	6 pont	

	a feladat sorszáma	maximális pontszám	elért pontszám	maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	1.	10		**51**	
	2.	14			
	3.	13			
	4.	14			
II. rész		16		**64**	
		16			
		16			
		16			
		← nem választott feladat			
Az írásbeli vizsgarész pontszáma				**115**	

dátum

javító tanár

	elért pontszám	programba beírt pontszám
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző