ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2009. október 20.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2009. október 20. 8:00

I.

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS MINISZTÉRIUM

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármelyik négyjegyű függvénytáblázatot használhatja, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja,** a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnál csak egy megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon**!

1. Számítsa ki 25 és 121 számtani és mértani közepét!

A számtani közép értéke:	1 pont	
A mértani közép értéke:	1 pont	

2. Legyen az A halmaz a 10-nél kisebb pozitív prímszámok halmaza, B pedig a hattal osztható, harmincnál nem nagyobb pozitív egészek halmaza.
Sorolja fel az A, a B és az $A \cup B$ halmazok elemeit!

az A halmaz elemei:	1 pont	
a B halmaz elemei:	1 pont	
az $A \cup B$ halmaz elemei:	1 pont	

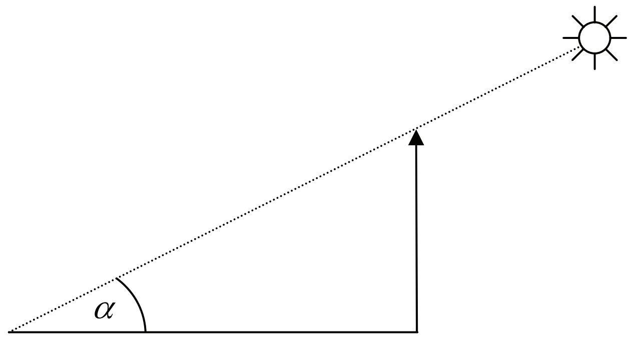
3. Egy zsákban nyolc fehér golyó van. Hány fekete golyót kell a zsákba tenni, hogy – véletlenszerűen kiválasztva egy golyót –, fehér golyó kiválasztásának 0,4 legyen a valószínűsége, ha bármelyik golyót ugyanakkora valószínűséggel választjuk?

A fekete golyók száma:	2 pont	

4. Mennyi az $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x}$ kifejezés értéke, ha $x = -1$?

A kifejezés értéke:	2 pont	

5. Egy torony árnyéka a vízszintes talajon kétszer olyan hosszú, mint a torony magassága. Hány fokos szöget zár be ekkor a Nap sugara a vízszintes talajjal? A keresett szöget fokban, egészre kerekítve adja meg!

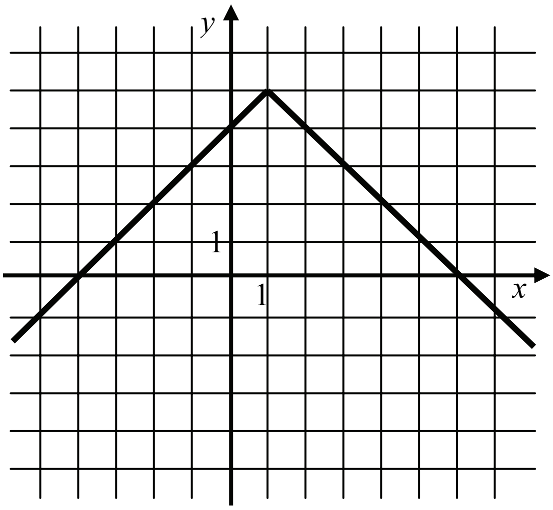


$\alpha =$	2 pont	

6. Egy mértani sorozat első tagja –5, hányadosa –2.
Számítsa ki a sorozat tizenegyedik tagját! Indokolja a válaszát!

	1 pont	
$a_{11} =$	1 pont	

7. A valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto |x|$ függvényt transzformáltuk. Az alábbi ábra az így kapott f függvény grafikonjának egy részletét mutatja. Adja meg f hozzárendelési utasítását képlettel!



A hozzárendelési utasítás: $x \mapsto$	3 pont	

8. Az a, b és c tetszőleges pozitív valós számokat jelölnek. Tudjuk, hogy

$$\lg x = 3 \cdot \lg a - \lg b + \frac{1}{2} \cdot \lg c$$

Válassza ki, hogy melyik kifejezés adja meg helyesen x értékét!

A: $x = \frac{3a}{b} + \frac{1}{2}c$

B: $x = a^3 - b + \sqrt{c}$

C: $x = \frac{a^3}{b \cdot \sqrt{c}}$

D: $x = \frac{a^3 \cdot c^{-1}}{b}$

E: $x = a^3 - b \cdot \sqrt{c}$

F: $x = \frac{a^3 \cdot \sqrt{c}}{b}$

G: $x = \frac{a^3 \cdot \frac{1}{c}}{b}$

A helyes kifejezés betűjele:	3 pont	

9. Melyik az a legnagyobb szám az alábbi 12 szám közül, amelynek elhagyásával a megmaradt 11 szám mediánja 6?

6; 4; 5; 5; 1; 10; 7; 6; 11; 2; 6; 5

Az elhagyott szám:	2 pont	

10. Számítsa ki a következő vektorok skaláris szorzatát!
Határozza meg a két vektor által bezárt szöget!

a (5; 8) **b** (–40; 25)

A skaláris szorzat:	2 pont	
A két vektor szöge:	1 pont	

11. Belefér-e egy 1600 cm^2 felszínű (gömb alakú) vasgolyó egy 20 cm élű kocka alakú dobozba? Válaszát indokolja!

	2 pont	
A válasz:	1 pont	

12. Legyen f a valós számok halmazán értelmezett függvény,

$$f(x) = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right).$$

Mennyi az f függvény helyettesítési értéke, ha $x = \frac{\pi}{3}$? Írja le a számolás menetét!

$f\left(\frac{\pi}{3}\right) =$	3 pont	

		maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	3	
	3. feladat	2	
	4. feladat	2	
	5. feladat	2	
	6. feladat	2	
	7. feladat	3	
	8. feladat	3	
	9. feladat	2	
	10. feladat	3	
	11. feladat	3	
	12. feladat	3	
	ÖSSZESEN	**30**	

dátum javító tanár

	pontszáma	programba beírt pontszám
I. rész		

dátum dátum

javító tanár jegyző

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

Név: .... osztály:......

ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2009. október 20.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2009. október 20. 8:00

II.

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS MINISZTÉRIUM

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.

2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.

3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 18. feladatra nem kap pontot.

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!

5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**

6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**

7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell*.

8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!

9. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!

11. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon**!

A

13.

a) Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$(x+2)^2 - 90 = 5 \cdot (0{,}5x - 17)$

b) Oldja meg a valós számok halmazán a $\frac{3-x}{7x} < 2$ egyenlőtlenséget!

a)	5 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	12 pont	

14. Angéla a pihenőkertjük egy részére járólapokat fektetett le. Az első sorba 8 járólap került, minden további sorba kettővel több, mint az azt megelőzőbe. Összesen 858 járólapot használt fel.

a) Hány sort rakott le Angéla?

A járólapokat 225-ös csomagolásban árusítják. Minden csomagban bordó színű a járólapok 16 %-a, a többi szürke. Angéla 4 csomag járólapot vásárolt. Csak bordó színű lapokat rakott le az első és az utolsó sorba. Ezen kívül a többi sor két szélén levő 1–1 járólap is bordó, az összes többi lerakott járólap szürke.

b) Adja meg, hogy hány szürke és hány bordó járólap maradt ki a lerakás után!

a)	6 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	12 pont	

15. Béla egy fekete és egy fehér színű szabályos dobókockával egyszerre dob. Feljegyzi azt a kétjegyű számot, amelyet úgy kap, hogy a tízes helyiértéken a fekete kockával dobott szám, az egyes helyiértéken pedig a fehér kockával dobott szám áll.

Mennyi annak a valószínűsége, hogy a feljegyzett kétjegyű szám

a) négyzetszám;
b) számjegyei megegyeznek;
c) számjegyeinek összege legfeljebb 9?

a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16–18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Adott az $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 56 = 0$ egyenletű kör és az $x - 8{,}4 = 0$ egyenletű egyenes.

a) Számítsa ki a kör és az egyenes közös pontjainak koordinátáit!

b) Mekkora távolságra van a kör középpontja az egyenestől?

Egy 9 cm sugarú kört egy egyenes két körívre bont. Az egyenes a kör középpontjától 5,4 cm távolságban halad.

c) Számítsa ki a hosszabb körív hosszát! (A választ egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!)

a)	6 pont	
b)	5 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

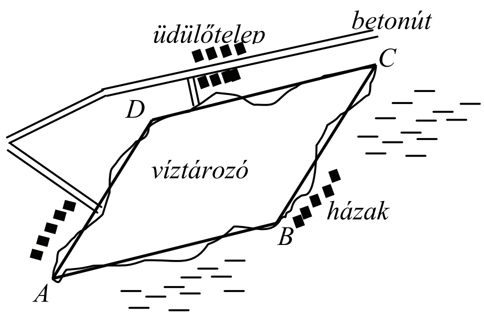
A 16–18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Egy víztározó víztükrének alakját az ábrán látható módon az $ABCD$ paralelogrammával közelítjük. A paralelogrammának az 1 : 30 000 méretarányú térképen mért adatai: $AB = 4{,}70$ cm, $AD = 3{,}80$ cm és $BD = 3{,}30$ cm.

a) A helyi önkormányzat olyan kerékpárút építését tervezi, amelyen az egész víztározót körbe lehet kerekezni. Hány km hosszúságú lesz ez az út, ha hossza kb. 25%-kal több a paralelogramma kerületénél? Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

b) Mekkora az a legnagyobb távolság, amelyet motorcsónakkal, irányváltoztatás nélkül megtehetünk a víztározó víztükrén? Válaszát km-ben, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

c) Körülbelül hány m^3-rel lesz több víz a víztározóban, ha a vízszintet 15 cm-rel megemelik? Válaszát ezer m^3-re kerekítve adja meg!



a)	4 pont	
b)	7 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16–18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

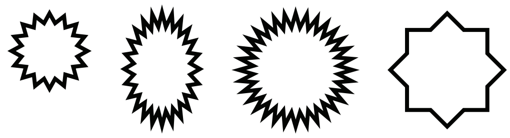
18. Ha az eredetileg I_0 $\left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}\right)$ intenzitású lézersugár x mm ($x \geq 0$) mélyre hatol egy bizonyos anyagban, akkor ebben a mélységben intenzitása $I(x) = I_0 \cdot 0{,}1^{\frac{x}{6}}$ $\left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}\right)$ lesz. Ezt az anyagot $I_0 = 800$ $\left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}\right)$ intenzitású lézersugárral világítják meg.

a) Töltse ki az alábbi táblázatot! (Az intenzitásra kapott mérőszámokat egészre kerekítve adja meg!)

x (mm)	0	0,3	0,6	1,2	1,5	2,1	3
$I(x)$ $\left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}\right)$	800						

b) Mekkora mélységben lesz a behatoló lézersugár intenzitása az eredeti érték (I_0) 15%-a? (A választ tizedmilliméterre kerekítve adja meg!)

c) Egy gyermekszínház műsorának valamelyik jelenetében dekorációként az ábrán látható elrendezés szerinti négy csillag közül egyeseket zöld vagy kék lézerfénnyel rajzolnak ki. Hány különböző dekorációs terv készülhet, ha legalább egy csillagot ki kell rajzolni a lézerrel?



a)	3 pont	
b)	6 pont	
c)	8 pont	
Ö.:	17 pont	

	a feladat sorszáma	maximális pontszám	elért pontszám	összesen
II./A rész	13.	12		
	14.	12		
	15.	12		
II./B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
	ÖSSZESEN	**70**		

	maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	**100**	

dátum

javító tanár

	elért pontszám	programba beírt pontszám
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző