Azonosító jel: | | | | | | | | | | | | | | |

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2008. október 21.

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2008. október 21. 8:00

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS MINISZTÉRIUM

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.

2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.

3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!**
Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 9. feladatra nem kap pontot.

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!

5. **A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**

6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**

7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.

8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!

9. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.

10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!

11. Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!

I.

1. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenleteket:

a) $(x-2)\cdot\lg\left(x^2-8\right)=0$

b) $x^2-|x|=6$

a)	5 pont	
b)	5 pont	
Ö.:	10 pont	

2. A mosogatógépünkön háromféle program van. Egy mosogatáshoz az *A* program 20%-kal több elektromos energiát, viszont 10%-kal kevesebb vizet használ, mint a *B* program.
A *B* program 30%-kal kevesebb elektromos energiát és 25%-kal több vizet használ egy mosogatáshoz, mint a *C* program.
Mindhárom program futtatásakor 40 Ft-ba kerül az alkalmazott mosogatószer.
Egy mosogatás az *A* programmal 151 Ft-ba, a *B* programmal 140 Ft-ba kerül.

Mennyibe kerül a *C* programmal egy mosogatás?

Ö.:	14 pont	

3. Jelölje H a $[0;2\pi[$ intervallumot. Legyen A a H azon x elemeinek halmaza, amelyekre teljesül a $2^{\sin x}>1$ egyenlőtlenség, és B a H halmaz azon részhalmaza, amelynek x elemeire teljesül a $2^{\cos x}<1$ egyenlőtlenség.

Adja meg az A halmazt, a B halmazt és az $A\setminus B$ halmazt!

Ö.:	13 pont	

4. Az ABC háromszögben $AB = 2$, $AC = 1$, a BC oldal hossza pedig megegyezik az A csúcsból induló súlyvonal hosszával.

a) Mekkora a BC oldal hossza? A hossz pontos értékét adja meg!

b) Mekkora a háromszög területe? A terület pontos értékét adja meg!

a)	9 pont	
b)	5 pont	
Ö.:	14 pont	

II.

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

5. Egy urnában 5 azonos méretű golyó van, 2 piros és 3 fehér. Egyesével, és mindegyik golyót azonos eséllyel húzzuk ki az urnából a bent levők közül.

a) Hány különböző sorrendben húzhatjuk ki az 5 golyót, ha a kihúzott golyót nem tesszük vissza, és az azonos színű golyók nem különböztethetők meg egymástól?

b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy az utolsó (ötödik) húzás előtt az urnában egy darab fehér golyó marad?

Az eredeti golyókat tartalmazó urnából hatszor húzunk úgy, hogy a kihúzott golyót minden húzás után visszatesszük.

c) Mennyi annak a valószínűsége, hogy a hat húzásból legfeljebb kétszer húzunk piros golyót? (A valószínűséget három tizedesjegyre kerekített értékkel adja meg!)

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	8 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

6. Egy középiskola 12. osztályának egyik csoportjában minden tanuló olyan matematika dolgozatot írt, amelyben 100 pont volt az elérhető maximális pontszám. A csoport eredményéről a következőket tudjuk: 5 tanuló maximális pontot kapott a dolgozatára, minden tanuló elért legalább 60 pontot, és a dolgozatok pontátlaga 76 pont volt. Minden tanuló egész pontszámmal értékelt dolgozatot írt.

a) Legalább hányan lehettek a csoportban?

b) Legfeljebb hány diák dolgozata lehetett 60 pontos, ha a csoport létszáma 14?

A 14 fős csoportból Annának, Balázsnak, Csabának, Dorkának és Editnek lett 100 pontos a dolgozata. Pontosan hatan írtak 60 pontos dolgozatot, és csak egy olyan tanuló volt, akinek a pontszáma megegyezett az átlagpontszámmal.

c) Hányféleképpen valósulhatott ez meg? (A csoport két eredményét akkor tekintjük különbözőnek, ha a csoport legalább egy tanulójának különböző a dolgozatra kapott pontszáma a két esetben.)

a)	5 pont	
b)	4 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

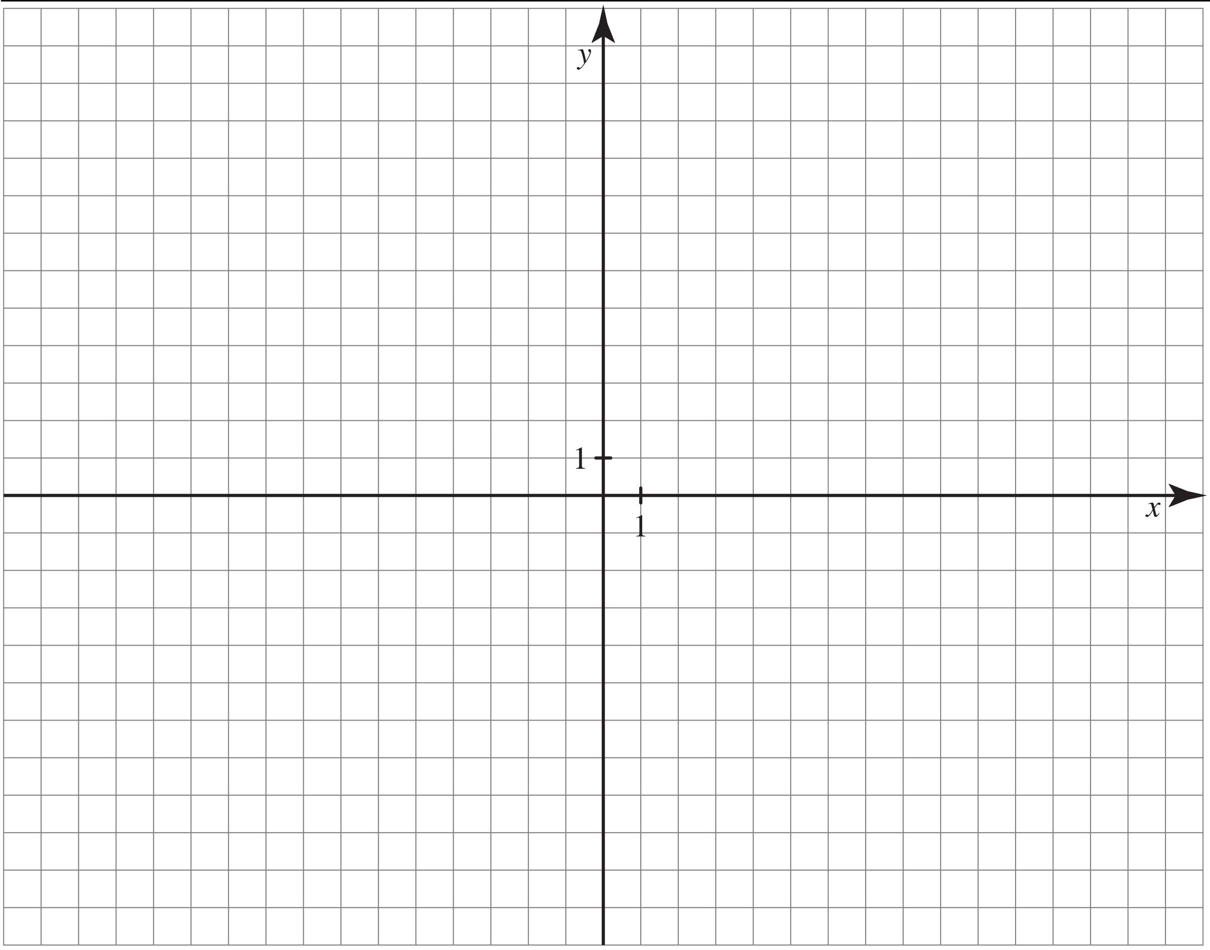
7. Adott a $K(t) = t^2 + 6t + 5$ polinom. Jelölje H a koordinátasík azon $P(x; y)$ pontjainak halmazát, amelyekre $K(x) + K(y) \leq 0$.

a) A H halmaz pontjai közül véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott pont az $C(-3; -3)$ ponttól 2 egységnél nem nagyobb távolságra van?

Az f függvényt a következőképpen definiáljuk: $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 + 6x + 5$.

b) Számítsa ki az f függvény grafikonja és az x tengely által közbezárt síkidom területét!

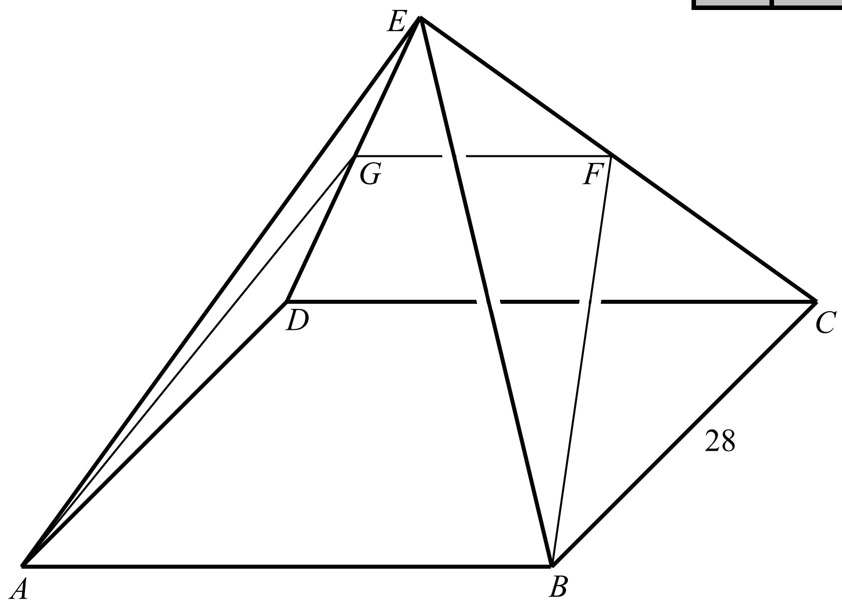
a)	9 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	16 pont	


y
1
1
x

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

8. Az *ABCDE* szabályos négyoldalú gúla alaplapja az *ABCD* négyzet. A gúla alapéle 28 egység hosszú. Legyen *F* a *CE* oldalélnek, *G* pedig a *DE* oldalélnek a felezőpontja. Az *ABFG* négyszög területe 504 területegység. Milyen hosszú a gúla oldaléle?

Ö.:	16 pont	



Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

9. Egy bank a „Gondoskodás” nevű megtakarítási formáját ajánlja újszülöttek családjának. A megtakarításra vállalkozó családok a gyermek születését követő év első banki napján számlát nyithatnak 100 000 forint összeggel. Minden következő év első banki napján szintén 100 000 forintot kell befizetniük a számlára. Az utolsó befizetés annak az évnek az első banki napján történhet, amely évben a gyermekük betölti a 18. életévét.
A bank év végén a számlán lévő összeg után évi 8%-os kamatot ad, amit a következő év első banki napjára ír jóvá.
A gyermek a 18. születésnapját követő év első banki napján férhet hozzá a számlához.

a) Mekkora összeg van ekkor a számlán? A válaszát egész forintra kerekítse!

A gyermek a 18. születésnapját követő év első banki napján felveheti a számláján lévő teljes összeget. Ha nem veszi fel, akkor választhatja a következő lehetőséget is:
Hat éven keresztül minden év első banki napján azonos összeget vehet fel. Az első részletet a 18. születésnapját követő év első banki napján veheti fel. A hatodik pénzfelvétellel a számla kiürül. Ha ezt a lehetőséget választja, akkor a bank – az első pénzfelvételtől számítva – minden év végén a számlán lévő összeg után évi 5%-os kamatot garantál, amit a következő év első banki napjára ír jóvá.

b) Ebben az esetben mekkora összeget vehet fel alkalmanként? A válaszát egész forintra kerekítse!

a)	8 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	16 pont	

<table>
<tr><td></td><td>a feladat sorszáma</td><td>maximális pontszám</td><td>elért pontszám</td><td>maximális pontszám</td><td>elért pontszám</td></tr>
<tr><td rowspan="4">I. rész</td><td>1.</td><td>10</td><td></td><td rowspan="4">51</td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td>2.</td><td>14</td><td></td></tr>
<tr><td>3.</td><td>13</td><td></td></tr>
<tr><td>4.</td><td>14</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="5">II. rész</td><td></td><td>16</td><td></td><td rowspan="4">64</td><td rowspan="4"></td></tr>
<tr><td></td><td>16</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>16</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>16</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="4">← nem választott feladat</td></tr>
<tr><td colspan="4">MINDÖSSZESEN</td><td>115</td><td></td></tr>
</table>

dátum

javító tanár

	elért pontszám	programba beírt pontszám
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző