ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2007. október 25.

MATEMATIKA NÉMET NYELVEN

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS MINISZTÉRIUM

Wichtige Hinweise

Formvorschriften:

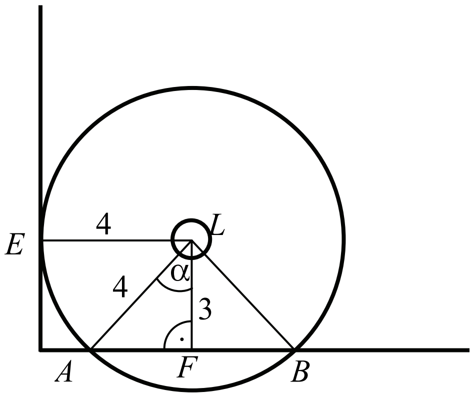
1. Die Arbeit ist mit einem **andersfarbigen Stift**, als der Abiturient ihn benutzt hat, zu korrigieren. Die Fehler und die fehlenden Schritte sind wie üblich zu markieren.
2. In den Kästchen neben den Aufgaben steht zuerst die maximale Punktzahl. Der Korrektor trägt die von ihm gegebene **Punktzahl in das zweite Kästchen** ein.
3. Bei **einwandfreier Lösung** kann ohne Angabe von Teilpunkten die maximale Punktzahl eingetragen werden.
4. Bei fehlerhaften oder mangelhaften Lösungen geben Sie bitte auch die **Teilpunkte** für die richtigen Schritte an.

Inhaltliche Fragen:

1. Bei einigen Aufgaben sind verschiedene Lösungswege angegeben. Wenn eine von diesen **unterschiedlichen Lösung**en vorkommt, suchen Sie die gleichwertigen Teile und verteilen die Punkte entsprechend.
2. Die vorgeschriebenen Punktzahlen lassen sich weiter **zerlegen**, dürfen aber nur als ganze Punkte vergeben werden.
3. Offensichtlich gute Lösungswege und Endergebnisse können auch dann mit maximalen Punktzahlen bewertet werden, wenn sie **weniger ausführlich** als die Musterlösung in der Anweisung beschrieben sind.
4. Wenn der Schüler einen **Rechenfehler** macht oder ungenau wird, aber damit das zu lösende Problem nicht wesentlich verändert wird, bekommt er nur für den Teil keinen Punkt, wo der Fehler lag. Wenn er mit falschem Teilergebnis, aber mit richtigem Gedankengang weiterrechnet, sind die weiteren Teilpunkte zu gewähren.
5. Begeht der Schüler einen **theoretischen Fehler**, so bekommt er innerhalb einer Gedankeneinheit auch für die formell richtigen mathematischen Schritte keinen Punkt. Wenn der Schüler in einer folgenden Teilaufgabe oder Gedankeneinheit, wo durch diesen Fehler das lösende Problem nicht wesentlich verändert wurde, mit diesem falschen Ergebnis als Ausgangswert richtig weiterrechnet, bekommt er die maximale Punktzahl für diesen neuen Teil.
6. Falls in der Musterlösung eine **Bemerkung**, oder die **Einheit** bei dem Ergebnis in Klammern steht, ist die Lösung auch ohne diese als vollständig zu bewerten.
7. Bei mehreren Lösungsversuchen für eine Aufgabe **ist nur die eine zu bewerten, die, der Kandidat markiert hat**.
8. **Zusatzpunkte** (mehr Punkte als die vorgeschriebene maximale Punktzahl für die Aufgabe) **sind nicht zugelassen**.
9. Es gibt **keinen Punktabzug** für Berechnungen und Schritte, die zwar falsch sind, aber eigentlich vom Schüler bei der Lösung der Aufgabe nicht verwendet werden.
10. **Im Teil II sind aus den 5 Aufgaben nur Lösungen von 4 zu bewerten**. Der Abiturient hat – vermutlich – die Nummer der Aufgabe, die nicht bewertet werden soll, in das entsprechende Kästchen eingetragen. Dementsprechend wird die eventuell vorhandene Lösung für diese Aufgabe nicht korrigiert. Wenn die abgewählte Aufgabe nicht eindeutig feststeht, dann ist die nicht zu bewertende Aufgabe automatisch die letzte Aufgabe der vorgegebenen Aufgabenreihe.

I.

1. a) erste Lösung		
Die Darstellung des Graphen der Funktion $x \mapsto x^2$ ($x \in \mathbf{R}$).	1 Punkt	
Die Darstellung des Graphen der Funktion $x \mapsto \lvert x-6 \rvert$ ($x \in \mathbf{R}$).	2 Punkte	
Das Ablesen der ersten Koordinaten der gemeinsamen Punkte der beiden Graphen: –3 und 2.	1 Punkt	
Probe mit Einsetzen.	1 Punkt	
Insgesamt:	**5 Punkte**	
1. a) zweite Lösung		
1.Fall: $x^2 + x - 6 = 0$ und $x < 6$,	1 Punkt	
die reellen Nullstellen sind 2 und –3.	1 Punkt	
Die sind die Lösungen der ursprünglichen Gleichung.	1 Punkt	
2. Fall: $x^2 - x + 6 = 0$ und $x \geq 6$,	1 Punkt	
die hat keine reelle Lösung.	1 Punkt	
Insgesamt:	**5 Punkte**	
1. b)		
$x > 0$ und $y > 1$ wegen der Definition der Logarithmus.	1 Punkt	*Der Prüfling erhält die 1 Punkt auch dann, wenn das Definitionsbereich nicht bestimmt wird, aber mit einer Probe die falsche Lösung ausgeschlossen wird.*
Durch Verwenden der Logarithmusgesetze: $\left.\begin{array}{l} \lg(x+y) = \lg x^2 \\ \lg x = \lg 2(y-1) \end{array}\right\}$	2 Punkte	
Die lg Funktion ist eineindeutig (oder streng monoton):	1 Punkt	
$\left.\begin{array}{l} x + y = x^2 \\ x = 2y - 2 \end{array}\right\}$	1 Punkt	
Von der zweite Gleichung wird x ausgedrückt und in der erste eingesetzt, so gelangen wir zu der quadratischen Gleichung $4y^2 - 11y + 6 = 0$.	1 Punkt	
Die reellen Lösungen sind 2 und 0,75.	1 Punkt	
Weil $1 < y$ ist, ist 0,75 kein Element der Definitionsmenge,	1 Punkt	
deshalb ist $y = 2$ und $x = 2$ möglich. Das Zahlenpaar $(2;2)$ ist die Lösung der Aufgabe.	1 Punkt	
Insgesamt:	**9 Punkte**	
Die Quadratische Gleichung für x ist $2x^2 - 3x - 2 = 0$, *die Lösungen dieser Gleichung sind:* $-\frac{1}{2}$, *beziehungsweise* 2.		

2.		
 Die Größe von dem gewässerten Gebiet wird erhalten, wenn von dem Flächeninhalt des Kreisringes mit dem Mittelpunkt L der Flächeninhalt des Kreissegments, das durch die Sehne *AB* abgeschnittenen wurde subtrahiert wird.	1 Punkt	*Die 1 Punkt ist auch dann zu ermitteln, wenn diese Gedanke sich nur von dem Lösungsweg herausstellt.*
Der Flächeninhalt des Kreisringes: $\left(4^2-0{,}5^2\right)\pi \approx 49{,}5\ \left(\mathrm{m}^2\right)$	1 Punkt	
Von dem rechtwinkligen Dreieck *AFL* : $\cos\alpha = \frac{3}{4} = 0{,}75$, woraus $\alpha \approx 41{,}4°$.	2 Punkte	
Der Flächeninhalt des Kreissektors *ALB* mit dem Mittelpunktswinkel 2α : $\frac{82{,}8\cdot 4^2\cdot\pi}{360} \approx 11{,}6\ (\mathrm{m}^2)$.	2 Punkte	
Der Flächeninhalt des gleichschenkligen Dreiecks *ALB*: $\frac{4^2\cdot\sin 82{,}8°}{2} \approx 7{,}9\ (\mathrm{m}^2)$.	2 Punkte	$3\sqrt{7}\ \left(\mathrm{m}^2\right)$
Der Flächeninhalt des Kreissegments ist ungefähr $3{,}7\ \mathrm{m}^2$, und so ist die Größe des gewässerten Gebietes ungefähr $49{,}5-3{,}7=45{,}8\ (\mathrm{m}^2)$.	1 Punkt	
Das ist ungefähr $2{,}2\ \%$ von dem Grundstück.	2 Punkte	
Insgesamt:	**11 Punkte**	

3. a)		
In jedem zweiten Monat wird er 1,7%- mal mehr Geld haben also in drei Perioden bedeutet das einen Faktor von $1{,}017^3\left(\approx 1{,}051872\right)$.	2 Punkte	
Also nach 6 Monaten würde er $1\,000\,000\cdot 1{,}051\,872 = 1\,051\,872$ Ft Geld haben.	1 Punkt	
Insgesamt:	**3 Punkte**	

3. b)		
Bei dem angegebenen Kurs bekommt er für 1 000 000 Ft $\frac{1\,000\,000}{252} = 3968{,}25$ Euro.	1 Punkt	
Diese Summe wird in sechs Monaten bei monatlichen Verzinsung sechsmal verzinst also wird auf: $1{,}0025^6 \left(\approx 1{,}015\,094\right)$ Fache erwachsen.	2 Punkte	
Nach sechs Monate würde er $3968{,}25 \cdot 1{,}015\,094 \approx 4028{,}15$ Euro besitzen.	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

3. c)		
Sei 1 Euro im Sommer x Ft. Wenn es ihm so besser ergeht, dass bedeutet $4028{,}15\,x > 1\,051\,872$,	2 Punkte	*Auch dann, wenn ≥ Zeichen geschrieben wird, sind die 2 Punkte zu erhalten.*
woraus $x > 261{,}13$.	1 Punkt	
Daraus ist das Verhältnis der Kurse: 261,13/252=1,03623, also das Forint/Euro Kurs soll mindestens um ungefähr 3,63% zuwachsen.	2 Punkte	*Für 3,62 % nur 1 Punkt. Wenn mit x>261 Ft gerechnet wird, dann ebenso nur 1 Punkt.*
Insgesamt:	**5 Punkte**	

4. a)		
Die Würfeln sind verschiede, also die Anzahl alle möglichen Fälle ist 6^6.	2 Punkte	
Mit alle Würfen werden verschiedene Zahlen geworfen, dass kann auf 6! Arten vorkommen.	2 Punkte	
Daraus nach dem klassischen Formel der Wahrscheinlichkeit $\frac{6\,!}{6^6} \left(= 0{,}0154\right)$.	1 Punkt	
Insgesamt:	**5 Punkte**	

4. b)		
Die Summe der 6 Zahlen ist mindestens 34, das bedeutet, dass sie 34 oder 35 oder 36 ist.	1 Punkt	
Also sind die folgenden Fälle möglich: 1) 36=6+6+6+6+6+6; 2) 35=6+6+6+6+6+5; 3) 34=6+6+6+6+6+4; 4) 34=6+6+6+6+5+5.	2 Punkte	*Wenn drei gute Fälle gefunden waren, dann 1 Punkt. Wenn weniger Fälle gefunden waren, dann 0 Punkt.*
Zählen wir zusammen auf wie viele Arten die einzelne Fälle vorkommen können: 1) auf 1 Art,	1 Punkt	
2) auf 6 Arten (jeder kann der 5 sein), 3) auf 6 Arten (jeder kann der 4 sein),	1 Punkt	*Die 1 Punkt ist auch dann zu geben, wenn der Prüfling von dem 2) und 3) Fall eine früher vergessen hat, und deshalb Punkte verloren hat, aber im erwähnten Fall die 6 verschiedene Arten richtig feststellt.*
4) auf $\binom{6}{2}\left(=15\right)$ Arten.	2 Punkte	
Anzahl der günstigen Fälle ist Insgesamt: 1+6+6+15=28.	1 Punkt	
Die gesuchte Wahrscheinlichkeit: $\frac{28}{6^6}\left(\approx 0{,}0006\right)$.	1 Punkt	
Insgesamt:	**9 Punkte**	

II.

5. a) erste Lösung		
$BC = 2 \cdot 26 \cdot \sin 60°$	3 Punkte	
$BC \approx 45{,}0$ (cm)	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

5. a) zweite Lösung		
Sei der Halbierungspunkt der Seite BC F, der Mittelpunkt des Umkreises K. Dann $BKC\angle = 120°$, und	2 Punkte	
$FB = (FC =) 26 \cdot \sin 60° (\approx 22{,}5)$ (cm)	1 Punkt	
$BC = 2 \cdot FB = 2 \cdot 26 \cdot \sin 60° \approx 45{,}0$ (cm)	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	
Auch dann, wenn nach der Eigenschaften eines regelmäßigen Dreieck mit einem Pythagoras Satz gerechnet wird sind die 4 Punkte zu erhalten.		

5. b) erste Lösung		
Kosinussatz für die Seite BC: $(52 \sin 60°)^2 = b^2 + 9b^2 - 6b^2 \cos 60°$	2 Punkte	
Daraus $b^2 \approx 289{,}7$.	2 Punkte	
$b > 0$, deshalb $b \approx 17{,}0$ (und also $3b \approx 51{,}0$) (cm).	1 Punkt	
Sinussatz für diese Werte: $\frac{\sin \beta}{\sin 60°} = \frac{AC}{BC} \approx \frac{17{,}0}{45{,}0}$, woraus	2 Punkte	
$\sin \beta \approx 0{,}3273$, also $\beta \approx 19{,}1°$,	2 Punkte	
weil der Winkel β die Seite AC gegenüber nur ein spitzer Winkel sein kann.	2 Punkte	*Wenn das nicht untersucht wird, dann kann er für die Unmöglichkeit des Falles $\beta \approx 180° - 19{,}1° = 160{,}9°$ Die 2 Punkte erhalten.*
Der dritte Winkel des Dreiecks ist ung. 100,9°.	1 Punkt	
Insgesamt:	**12 Punkte**	

Bemerkung: Wenn bei a) ein falsches Ergebnis erhalten wird, aber mit diesem Wert im Teil b) richtig gerechnet wird, dann ist die Lösung von Teil b) vollwertig.

5. b) zweite Lösung		
Mit den gewöhnlichen Bezeichnungen $\gamma = 120° - \beta$.	1 Punkt	
Durch einen Sinussatz: $\frac{\sin(120° - \beta)}{\sin\beta} = 3$.	2 Punkte	
Daraus: $\sin 120° \cos\beta - \cos 120° \sin\beta = 3 \sin\beta$.	2 Punkte	
$\beta = 90°$ ist keine Lösung, also $\cos\beta \neq 0$.	2 Punkte	
geteilt durch $\cos\beta$ und multipliziert mit 2: $\sqrt{3} + \operatorname{tg}\beta = 6 \operatorname{tg}\beta$.	2 Punkte	
$\operatorname{tg}\beta = \frac{\sqrt{3}}{5} \approx 0{,}3464$, woraus $\beta \approx 19{,}1°$.	2 Punkte	
Der dritte Winkel des Dreiecks ist ung. 100,9°.	1 Punkt	
Insgesamt:	**12 Punkte**	

6. a)		
Die einzige Lösung der Gleichung $-4x(x^2 - 48) = 0$ im Intervall $]-1\,;6\,[$ ist 0;	2 Punkte	
Die Zuordnung der Ableitfunktion f ist: $f'(x) = -12x^2 + 192$.	1 Punkt	
Die einzige Nullstelle der Ableitfunktion im Intervall $]-1\,;6\,[$ ist 4;	1 Punkt	
die Ableitung wechselt da den Vorzeichen, nämlich von positiven geht ins negativen.	1 Punkt	
Also ist die Funktion f im Intervall $]-1\,;4\,]$ streng monoton steigend, und im Intervall $[\,4\,;6\,[$ streng monoton fallend.	2 Punkte	
Insgesamt:	**7 Punkte**	
Wenn der Prüfling das Definitionsbereich der Funktion f nicht im Acht nimmt, und deshalb in einer anderen Zahlenmenge (z.B.: in **R***) die Untersuchung macht, dann ist höchstens 5 Punkte zu geben.*		

6. b)		
Im Intervall $[\,0\,;c\,]$ ist $f(x)\geq 0$,	1 Punkt	*Dieser Gedanke kann durch eine Abbildung ersetzt werden.*
deshalb soll die Gleichung $\int_0^c\left(-4x^3+192x\right)dx=704$ im Intervall $[\,0\,;6\,[$ gelöst werden.	2 Punkte	
$\int_0^c\left(-4x^3+192x\right)dx=\left[-x^4+96x^2\right]_0^c$	1 Punkt	*Für jede Stammfunktion ist die Punkt zu geben.*
$\left[-x^4+96x^2\right]_0^c=-c^4+96c^2$	1 Punkt	
$-c^4+96c^2=704$ $c^4-96c^2+704=0$	1 Punkt	
Durch dem Lösungsformel: $c^2=8$ oder $c^2=88$.	2 Punkte	
Im Definitionsbereich ist die einzige positive Lösung: $c=\sqrt{8}$.	1 Punkt	
Insgesamt:	**9 Punkte**	

7. a)		
Der Grundkreisradius des Annäherungszylinder ist: $\frac{1}{2}\cdot\frac{12+8}{2}=5$ (cm), das Volumen ist $25\cdot\pi\cdot 200=5000\pi$ (cm^3) (das entspricht ung. 15 708 cm^3).	1 Punkt	
Das theoretisch genaues Volumen von dem Kegelstumpf: $\frac{200\pi}{3}\left(6^2+6\cdot 4+4^2\right)=\frac{15200\pi}{3}$ (cm^3) ($\approx$15 917 cm^3).	1 Punkt	
Der Näherungswert ist um $\frac{200\pi}{3}\approx 209$ cm^3 weniger, also entweicht von dem genauen Wert um $\frac{200}{152}\approx 1{,}3\,\%$.	1 Punkt	
Insgesamt:	**3 Punkte**	

7. b)		
Seien die Radien der Grundkreise des Kegelstumpfes R und r, die Höhe m (alle sind positiv).		
Das „theoretische“ Volumen: $\frac{m\pi}{3}\left(R^2+Rr+r^2\right)$.	1 Punkt	
Das Volumen von der Praxis: $\left(\frac{R+r}{2}\right)^2 m\pi$.	1 Punkt	
Über die Differenz der beiden Volumen sagen wir: $\frac{m\pi}{3}\left(R^2+Rr+r^2\right)-\left(\frac{R+r}{2}\right)^2 m\pi \ge 0$.	1 Punkt	
Multiplizieren wir beide Seiten der Ungleichung mit den positiven $\frac{12}{m\pi}$: $4\left(R^2+Rr+r^2\right)-3(R+r)^2 \ge 0$ Lösen wir die Klammern auf und fassen wir zusammen, so: $R^2-2Rr+r^2 \ge 0$,	2 Punkte	
also $(R-r)^2 \ge 0$ stellt sich heraus, dass für jeder R und r wahr ist (wenn die Gleichheit erfüllt wird, dann geht es nicht mehr um einen Kegelstumpf sondern um einen Zylinder).	1 Punkt	
Alle Schritte der Folgerung sind umkehrbar, deshalb ist die ursprüngliche Aussage auch wahr.	1 Punkt	
Insgesamt:	**7 Punkte**	

7. c)		
Die Funktion f ist ableitbar und die Zuordnungsvorschrift der Ableitfunktion ist: $f'(x)=25\cdot\frac{2(x-1)\left(x^2+x+1\right)-(x-1)^2(2x+1)}{\left(x^2+x+1\right)^2}$.	2 Punkte	
$f'(x)=75\cdot\frac{x^2-1}{\left(x^2+x+1\right)^2}$.	2 Punkte	
Die Gleichung $f'(x)=0$ hat keine Lösung in der Menge $]1;+\infty[$ also f hat kein Extremwert.	2 Punkte	
Insgesamt:	**6 Punkte**	

8. a)		
(Weil jeder auf jede Treppe der Siegerpodest kommen kann, deshalb kann der Erst- 6, der Zweit- 5, der Drittplatzierte 4 Arten haben) also $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ Reihenfolgen sind für den Siegerpodest möglich, also soll man so viele Scheine ausfüllen.	3 Punkte	*Ohne den Text im Klammern ebenso 3 Punkte.*
Insgesamt:	**3 Punkte**	

8. b) erste Lösung		
Der Volltreffertippschein: *ABC*. Auf einen einzigen Schein sind 3 Treffer.	1 Punkt	
Die Tipps der Scheine mit genau 2 Treffer sind *ABX*, *AXC* oder *XBC* , wobei $X \in \{D; E; F\}$. Also es sind 9 Scheine mit genau zwei Treffer.	3 Punkte	
Wir suchen die Anzahl der Scheine mit einem Treffer. Der Tipper konnte jede Platzierung treffen, also nehmen wir an, dass er eben den Erstplatzierte (A) getroffen hat, aber weder der Zweit- noch der Drittplazierte getroffen hat. Dies kann auf zwei völlig verschiedene Arten erfüllt werden. 1. Fall: Der Tipp für den Zweitplatzierte ist C. Der Tipp auf dem Schein hat den Form ACX, wobei $X \in \{ B ; D ; E ; F \}$. Das sind 4 Möglichkeiten, also es sind 4 solche Scheine mit einen Treffer.	3 Punkte	*Wenn die zwei Fälle nicht unterscheidet werden und so mit 12 Möglichkeiten gerechnet wird, dann sind höchstens insgesamt 3 Punkte zu geben.*
2. Fall: Der Tipp für den Zweitplatzierte ist nicht *C* (aber auch nicht *B*). Der Tipp auf dem Schein hat den Form *AXY*, wobei $X \in \{ D ; E ; F \}$. Wird der Name für *X* bestimmt, dann kann für Y drei weitere Namen eingesetzt werden, denn nur drei Namen können nicht eingetragen werden der A, der C und weiterhin der Name der statt X steht. Deshalb sind $3 \cdot 3 = 9$ solche Scheine mit genau einen Treffer.	2 Punkte	
Also es sind insgesamt $4 + 9 = 13$ solche Scheine wo der Tipper nur der Erstplatzierte (*A*) getroffen hat.	1 Punkt	
Ähnlicher weise: es sind 13 solche Scheine wo nur der Zweitplatzierte (B) getroffen wurde und wo nur der Drittplatzierte (C) getroffen wurde. Also insgesamt $3 \cdot 13 = 39$ Scheine hat der Tipper mit genau einem Treffer.	2 Punkte	
Die Anzahl der Scheine mit mindestens einen Treffer ist: $1 + 9 + 39 = 49$.	1 Punkt	
Insgesamt:	**13 Punkte**	

Die folgende Tabelle gibt einen Überblick für die Scheine mit genau zwei Treffer.

I. (A)	II.(B)	III.(C)		Anzahl der Scheine (Stück)
$\boldsymbol{A}$	$\boldsymbol{B}$	X	$X \in \{D;E;F\}$	3
$\boldsymbol{A}$	X	$\boldsymbol{C}$	$X \in \{D;E;F\}$	3
X	$\boldsymbol{B}$	$\boldsymbol{C}$	$X \in \{D;E;F\}$	3

Die folgende Tabelle gibt einen Überblick für die Scheine mit genau einen Treffer.

I. (A)	II.(B)	III.(C)		Anzahl der Scheine (Stück)
$\boldsymbol{A}$	C	X	$X \in \{B;D;E;F\}$	4
$\boldsymbol{A}$	X	Y	$X \in \{D;E;F\}$, noch $Y \notin \{A;C;X\}$	$3 \cdot 3 = 9$
C	$\boldsymbol{B}$	X	$X \in \{A;D;E;F\}$	4
X	$\boldsymbol{B}$	Y	$X \in \{D;E;F\}$, noch $Y \notin \{B;C;X\}$	$3 \cdot 3 = 9$
B	X	$\boldsymbol{C}$	$X \in \{A;D;E;F\}$	4
X	Y	$\boldsymbol{C}$	$X \in \{D;E;F\}$, noch $Y \notin \{B;C;X\}$	$3 \cdot 3 = 9$

8. b) **zweite Lösung**		
Der Volltreffertippschein: ABC. Wir bestimmen die Anzahl der scheine ohne einen einziger Treffer und subtrahieren wir diese Anzahl von der gesamten Anzahl der Tippscheine.	1 Punkt	*Für die Idee „alle – ungünstig = günstig” ist dieser Punkt zu geben. Eben dann, wenn diese Idee nur in der Berechnung erscheint ist der Punkt zu geben.*
1. Fall: Die Namen der ersten drei Platzierte sind auf dem Schein aber keiner auf der richtigen Stelle. Es sind zwei solche Fälle: CAB oder BCA Tipp ist auf der Schein.	2 Punkte	
2. Fall: Genau zwei Namen sind auf dem Schein von den ersten drei Platzierten, aber alle auf der falschen Stelle.	1 Punkt	
Wenn z.B. die Namen von A und B vorkommen, dann sind alle Scheine mit null Treffer der Form XAB oder BAX oder BXA, wobei an der Stelle von X ein beliebiger Name von D, E, F kommen kann. Von solchen Scheinen gibt es 9 Stück. Ebenso sind 9 Scheine wo die Namen A und C, und weitere 9 Scheine wo die Namen B und C aufgezählt sind aber auf eine falsche Stelle. Es sind also insgesamt $3 \cdot 9 = 27$ solche Scheine wo genau zwei Namen der ersten drei Platzierten vorkommen aber an einer falschen Stelle.	2 Punkte	
3. Fall: Genau ein Name der ersten drei Platzierten kommt in dem Tippschein vor, aber an einer falschen Stelle.	1 Punkt	
Wenn dieser einzige Name z.B. der A ist, dann gibt es an die Scheine der Form XAY und XYA null Treffer. Weil $X \in \{D; E; F\}$ und $Y \in \{D; E; F\}$, gibt es von beide Sorten je $3 \cdot 2 = 6$ Stück, also von den beiden Sorten insgesamt 12 Stück ohne einen Treffer. Der vorherige Gedanke kann für B und C wiederholt werden und so erhalten wir insgesamt $3 \cdot 12 = 36$ solche Scheine genau einen Name der ersten drei Platzierten an der Schein vorkommt aber, dass an einer falsche Stelle.	2 Punkte	
4. Fall: Keine der Namen A, B, C kommt an dem Schein vor. Da sind die Namen D, E, F auf dem Schein in einer beliebigen Reihenfolge. Solche Scheine gibt es insgesamt 6 Stück.	2 Punkte	

Die Anzahl der Scheine ohne einen Treffer ist: $2+27+36+6=71$,	1 Punkt	
also von den Scheinen mit mindestens einen Treffer gibt es $120-71=49$ Stück.	1 Punkt	
Insgesamt:	**13 Punkte**	

9. a)		
Nach dem Häufigkeitsdiagram kommen die folgenden Abstände vor. (in mm gemessen): 41, 41, 41, 42, 42, 42, 42, 43, 44.	2 Punkte	
Daraus ist der Mittelwert: $\frac{3\cdot 41+4\cdot 42+43+44}{3+4+1+1}=\frac{378}{9}=42$ also 42 mm.	1 Punkt	*Die 3 Punkte sind auch dann zu geben, wenn die Daten von dem Diagramm richtig abgelesen werden, und der Mittelwert und die Standardabweichung mit einen Taschenrechner berechnet wurden aber die verwendeten Formeln nicht mitgeteilt sind.*
Das Quadrat der Standardabweichung ist: $\frac{3\cdot 1^2+4\cdot 0^2+1^2+2^2}{9}=\frac{8}{9}(\mathrm{mm}^2)$,	1 Punkt	
also ist die Standardabweichung: $\sqrt{\frac{8}{9}}\approx 0{,}94$ (mm).	1 Punkt	
Insgesamt:	**5 Punkte**	

9. b) **erste Lösung**		
Sei der zehnte gemessene Abstand x (mm). Der Mittelwert verändert sich folgenderweise: $\frac{42\cdot 9+x}{10}=\frac{378+x}{10}=37{,}8+0{,}1x$	2 Punkte	
Das Quadrat der Standardabweichung ist nach der Definition : $\frac{3\cdot(3{,}2-0{,}1x)^2+4\cdot(4{,}2-0{,}1x)^2+(5{,}2-0{,}1x)^2}{10}+$ $+\frac{(6{,}2-0{,}1x)^2+(0{,}9x-37{,}8)^2}{10}$.	2 Punkte	
Umgeformt: $\frac{0{,}9x^2-0{,}1x\cdot(19{,}2+33{,}6+10{,}4+12{,}4+18\cdot 37{,}8)^2}{10}+$ $+\frac{3\cdot 3{,}2^2+4\cdot 4{,}2^2+5{,}2^2+6{,}2^2+37{,}8^2}{10}=$ $=0{,}09x^2-7{,}56x-159{,}56$.	2 Punkte	
Nach der Bedingung ist die Standardabweichung der zehn Abstände nicht größer als 1 mm, also ist das Quadrat der Standardabweichung auch nicht größer als 1 mm^2. Also $0{,}09x^2-7{,}56x+159{,}56\le 1$, daraus ist die Ungleichung $0{,}09x^2-7{,}56x+158{,}56\le 0$ zu lösen.	1 Punkt	
Wegen der positiven Hauptkoeffizient ist die Lösung: $\frac{126-2\sqrt{5}}{3}\le x\le\frac{126+2\sqrt{5}}{3}$, gerundet ung. $40{,}5\le x\le 43{,}5$.	2 Punkte	
In vollen Millimeter angegeben 41, 42 und 43 mm entsprechen die Bedingungen. Also der Qualitätskontrolleur hat an der zehnten Platte entweder 41, oder 42, oder 43 mm Abstand gemessen.	2 Punkte	*Für den Antwort im Text sind 2 Punkte zu geben.*
Insgesamt:	**11 Punkte**	

1) Wenn der Kandidat mit Berechnung (mit Hilfe einen Taschenrechners) beweist, dass die Werte 41, 42 und 43 mm die Lösungen der Aufgabe sind (die den zehnten gemessenen Wert entsprechen), dann kann er 3 Punkte erhalten.
2) Wenn er zeigt dass die 40 mm und die 44 mm keine Lösung der Aufgabe sind, dann sind weitere 2 Punkte zu verteilen.
Wenn er begründet warum die 5 Werte eingesetzt wurden, dann ist ein weiterer Punkt zu geben.
3) Weitere Punkte kann er nicht bekommen für einsetzen weitere konkrete Werte, aber wenn er sich darauf bezieht, dass bleiben die gegebene Werte konstant und wird nur ein Wert verändert, so dass sein Abstand von dem Mittelwert größer wird, dann wird auch die Standardabweichung größer, dann kann voller Punktzahl gegeben werden.

9. b) **zweite Lösung**		
Wenn der Kandidat der Formel aus dem Tafelwerk verwendet, deren Kenntnisse im Abitur nicht erordert sind, dann ist die Bewertung folgendes:		
Das Quadrat der Standardabweichung ist gleich der Mittelwert der Quadratsumme der Daten minus das Quadrat deren Mittelwert.	2 Punkte	
Damit ergibt sich $\frac{x^2+3\cdot 41^2+4\cdot 42^2+43^2+44^2}{10}-\left(\frac{378+x}{10}\right)^2\le 1$.	3 Punkte	
Auf Null gesetzt (mit 100 multipliziert): $9x^2-756x+15856\le 0$.	2 Punkte	
Daraus ist die Lösung zwischen die zwei Nullstellen (ung.): $40{,}5\le x\le 43{,}5$.	2 Punkte	
In vollen mm angegeben sind nur 41, 42 und 43 möglich. Also der Qualitätskontrolleur hat an der zehnten Platte entweder 41, oder 42, oder 43 mm Abstand gemessen.	2 Punkte	
Insgesamt:	**11 Punkte**	