

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2012. május 8.

MATEMATIKA
KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

2012. május 8. 8:00

I.

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

NEMZETI ERŐFORRÁS
MINISZTERIUM

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármelyik négyjegyű függvénytáblázatot használhatja, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos.
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad.
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak **egy** megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. **A szürkített téglalapokba semmit nem írhat!**

1. Az f függvényt a 3-tól különböző valós számok halmazán értelmezzük az $f(x) = \frac{1}{x-3}$ képlettel. Melyik valós x szám esetén veszi fel az f függvény az $\frac{1}{20}$ értéket?

$x =$	2 pont	
-------	--------	--

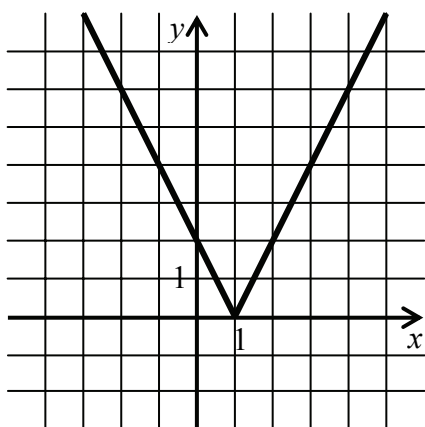
2. Egy rombusz egyik hegyesszögű csúcsából induló két oldalvektora \mathbf{a} és \mathbf{b} . Fejezze ki ezzel a két vektorral az ugyanezen csúcsból induló átló vektorát!

A keresett vektor:	2 pont	
--------------------	--------	--

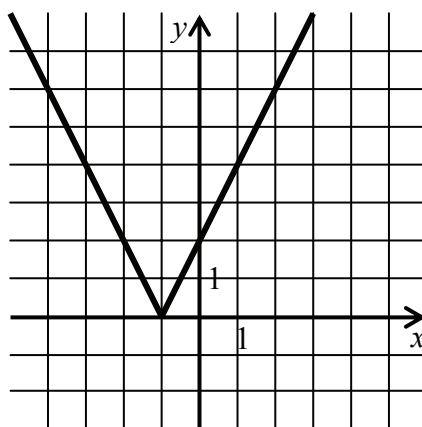
3. Melyik x valós szám esetén igaz a következő egyenlőség?
 $2^{-x} = 8$

$x =$	2 pont	
-------	--------	--

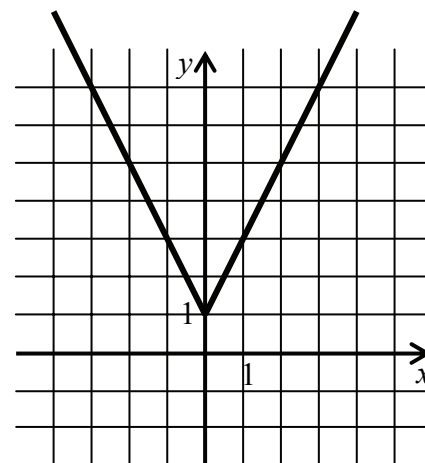
4. Válassza ki az alábbi grafikonok közül a $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, g(x) = 2|x+1|$ függvény grafikonját, és adja meg a g függvény zérushelyét!



A



B



C

A g függvény grafikonjának betűjele:	2 pont	
A zérushely:	1 pont	

5. Hat ajánlott olvasmányból hányféleképpen lehet pontosan négyet kiválasztani?

A lehetőségek száma:	2 pont	
----------------------	--------	--

6. Két halmazról, A -ról és B -ről tudjuk, hogy $A \cup B = \{ x; y; z; u; v; w \}$, $A \setminus B = \{ z; u \}$, $B \setminus A = \{ v; w \}$. Készítsen halmazábrát, és adja meg elemeinek felsorolásával az $A \cap B$ halmazt!

	1 pont	
$A \cap B = \{ \quad \quad \}$	1 pont	

7. Mekkora lesz két év múlva annak az 50 000 Ft-os befektetési jegynek az értéke, amelynek évi 10%-kal nő az értéke az előző évihez képest? Válaszát indokolja!

	2 pont	
A befektetési jegy értéke:	1 pont	

8. Az $N=437y51$ hárommal osztható hatjegyű számot jelöl a tízes számrendszerben. Adja meg az y számjegy lehetséges értékeit!

Az y számjegy lehetséges értékei:	2 pont	
-------------------------------------	--------	--

9. Állapítsa meg az $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = -(x-6)^2 + 3$ függvény maximumhelyét és a maximum értékét!

Maximumhely:	1 pont	
Maximum érték:	1 pont	

10. Egy vasúti fülkében öt utas utazik. Közülük egy személy három másikat ismer, három főnek 2-2 útitárs ismerőse a fülkében, egy személy van, aki csak egy útitársát ismeri. (Az ismeretségi kapcsolatok kölcsönösek.)
Ábrázolja egy ilyen társaság egy lehetséges ismeretségi gráfját!

Egy lehetséges ismeretségi gráf:	3 pont	
----------------------------------	--------	--

- 11.** Határozza meg az $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 0$ egyenletű kör középpontjának koordinátáit! Mekkora a kör sugara? Válaszát indokolja!

	2 pont	
A középpont:	1 pont	
A kör sugara:	1 pont	

- 12.** Döntse el az alábbi állítások mindegyikéről, hogy igaz vagy hamis!

A: Két valós szám közül az a nagyobb, amelyiknek a négyzete nagyobb.

B: Ha egy szám 5-tel és 15-tel is osztható, akkor a szorzatukkal is osztható.

C: Két különböző hegyesszög közül a kisebbnek a koszinusza a nagyobb.

A:	1 pont	
B:	1 pont	
C:	1 pont	

		maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	2	
	3. feladat	2	
	4. feladat	3	
	5. feladat	2	
	6. feladat	2	
	7. feladat	3	
	8. feladat	2	
	9. feladat	2	
	10. feladat	3	
	11. feladat	4	
	12. feladat	3	
ÖSSZESEN		30	

 dátum

 javító tanár

	elért pontszám egész számra kerekítve	programba beírt egész pontszám
I. rész		

 javító tanár

 jegyző

 dátum

 dátum

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész maradjon üresen!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

MATEMATIKA
KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

2012. május 8. 8:00

II.

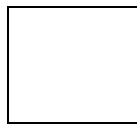
Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

NEMZETI ERŐFORRÁS
MINISZTERIUM

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A dolgozat befejezésekor a nem választott feladat sorszámát írja be az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 18. feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos.
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszerkesztések is nyomon követhetőek legyenek!**
7. A feladatok megoldásában használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *ám alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. **A szürkített téglalapokba semmit nem írhat!**

A

13. Egy számtani sorozat tizedik tagja 10, a különbsége 4.

- a)** Pali azt állítja, hogy a sorozat tizedik tagjának kettes számrendszerbeli alakja 1011. Indokolja vagy cáfolja Pali állításának helyességét!
- b)** Mekkora a sorozat első tagja?
- c)** Határozza meg a sorozat legkisebb három számjegyű tagját! Hányadik tagja ez a sorozatnak?
- d)** Hány elemű az a halmaz, amelyet ezen számtani sorozat kétjegyű pozitív tagjai alkotnak?

a)	3 pont	
b)	2 pont	
c)	4 pont	
d)	3 pont	
Ö.:	12 pont	

14. Nekeresd város kórháza az alábbi adatokat hozta nyilvánosságra: a Nekeresden lakó 12 320 emberből az előző évben 1978 embert ápoltak hosszabb-rövidebb ideig a város kórházában.

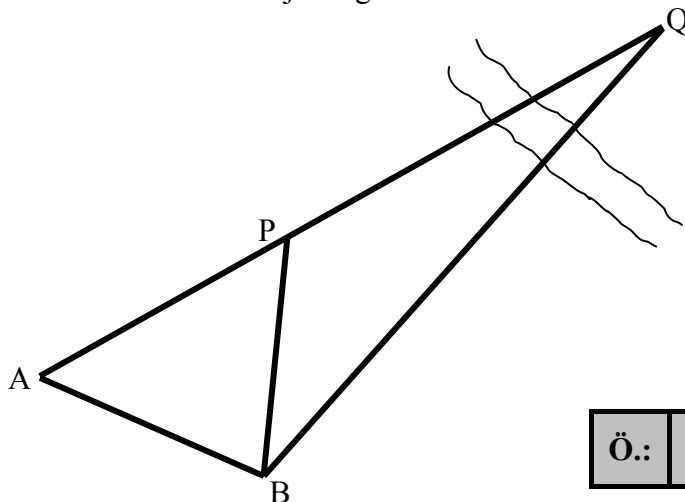
- a)** Mekkora az esélye, hogy egy véletlenül kiválasztott nekeresdi lakost az előző évben a város kórházában ápoltak?
Két tizedesjegyre kerekítve adja meg a valószínűséget!

Abban az évben a kórházban ápoltak közül 138 fő volt 18 év alatti, 633 fő 18 és 60 év közötti, a többi idősebb. A város lakosságának 24%-a 60 év feletti, 18%-a 18 év alatti. (A számítások során feltehetjük, hogy Nekeresden az ismertett adatokban lényeges változás egy év alatt nem történt.)

- b)** Készítsen kördiagramot a kórházban ápoltak korosztály szerinti megoszlásáról!
A diagram elkészítéséhez szükséges számításokat írja le!
- c)** Mennyivel kisebb vagy nagyobb az **a)**-ban kért esély, ha a 60 év felettek közül választunk ki valakit véletlenszerűen?

a)	3 pont	
b)	5 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

- 15.** Földmérők a megfelelő vízszintezés után az alábbi (síkbeli) ábrával dolgoznak. A Q pontot a többi ponttól egy folyó választja el. Az A pontban dolgozó földmérő a P ponttól 720 méterre volt, és a P és Q pontokat egy egyenesben látta. A PAB szöveget 53° -nak mérte. A B pontban álló földmérő A -tól 620 méterre, az ABQ szöveget 108° -nak mérte. Számítsa ki ezek alapján a BP ; PQ és BQ távolságokat! Válaszát méterre kerekítve adja meg!



Ö.:	12 pont	
-----	---------	--

B

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

- 16.** Két ország sakkválogatottja, az A és a B csapat közös edzőtáborban készül egy világversenyre. Az első héten az azonos nemzetbeli sportolók játszanak körmérkőzéses bajnokságot, tehát minden egyes sportoló minden nemzetbelijével egy mérkőzést. Az A csapat 7 játékosal érkezett, a B csapatnál összesen 55 mérkőzés zajlott.

a) Hány mérkőzés zajlott az A csapatnál, és hány tagja van a B csapatnak?

A második héten az A csapat 6 kiválasztott tagjának mindegyike 8 B csapatbeli játékosal játszik egy-egy játszmát.

b) Összesen hány játszma zajlott a második héten?

Az edzőtáborozás végén a csapatok összes játékosa között négy egyforma ajándéktárgyat sorsolnak ki. Egy játékos legfeljebb egy ajándéktárgyat kaphat.

c) Mennyi annak a valószínűsége, hogy az ajándékok közül egyet A csapatbeli játékos, hármat B csapatbeli játékosok kapjanak?

a)	7 pont	
b)	3 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17.

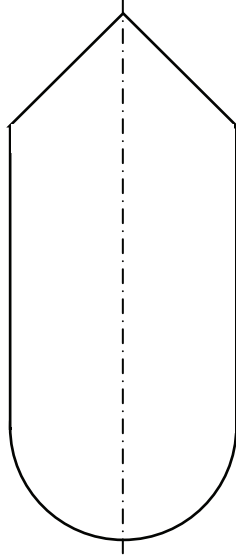
- a) Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!
 $\lg(2x-1) + \lg(2x-3) = \lg 8$
- b) Egy háromszög x szögére igaz, hogy $4\cos^2 x - 8\cos x - 5 = 0$.
Mekkora ez a szög?
- c) Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!
 $4y - 5 = 8\sqrt{y}$
- d) Megadtunk hét olyan különböző valós számot, amelyek közül az egyik a c) kérdésben szereplő egyenletnek is megoldása. A számokat felírjuk valamilyen sorrendben. Hány olyan sorrendje van a megadott számoknak, amelyben az említett szám a középső?

a)	6 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
d)	3 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

- 18.** Egy víztároló középső része egy 6 m belső átmérőjű, 8 m magasságú forgáshenger, alsó része félgömb, felső része forgáskúp alakú. A kúp magassága 3 m. A tartály függőlegesen áll, mellékeljük a forgástengelyén átmenő egyik síkmetszetét.
- a) Hány négyzetmétert kell vízálló anyaggal bevonni a tartály teljes belső felületének felújításakor?
- b) Hány köbméter víz van a tartályban, ha a teljes magasságának 85%-áig van feltöltve? A vízálló réteg vastagságát számítása során elhanyagolhatja.

A válaszokat egészre kerekítve adja meg!



a)	6 pont	
b)	11 pont	
Ö.:	17 pont	

	a feladat sorszáma	maximális pontszám	elért pontszám	összesen
II. A rész	13.	12		
	14.	12		
	15.	12		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
ÖSSZESEN		70		

	maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	100	

dátum

javító tanár

	elért pontszám egész számra kerekítve	programba beírt egész pontszám
I. rész		
II. rész		

javító tanár

jegyző

dátum

dátum