

Azonosító
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2010. október 19.

MATEMATIKA
EMELT SZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

2010. október 19. 8:00

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

NEMZETI ERŐFORRÁS
MINISZTERIUM

Azonosító
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!**
Ha a javító tanár számára nem derül ki egyértelműen, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 9. feladatra nem kap pontot.

--

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részsámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

I.

1.

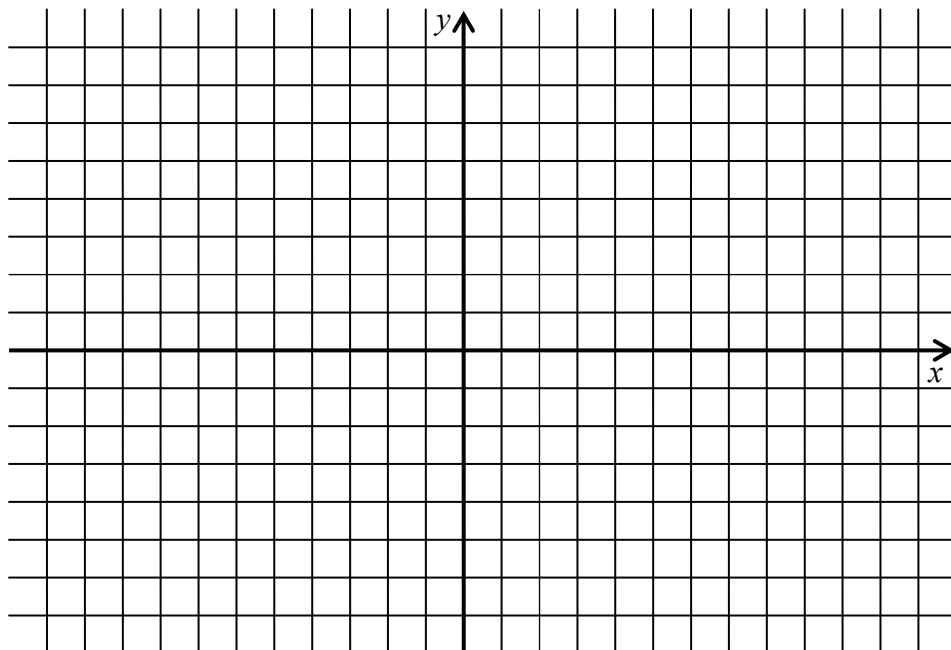
- a) Mely valós számok elégítik ki az alábbi egyenlőtlenséget?
 $(x - 1)^3 - (x + 1)^3 > -8$

- b) Az alábbi f és g függvényt is a $[-3; 6]$ intervallumon értelmezzük.
 $f(x) = \sqrt{x + 3}$ és $g(x) = -0,5x + 2,5$.
 Ábrázolja közös koordinátarendszerben az f és a g függvényt a $[-3; 6]$ intervallumon!
 Igazolja számolással, hogy a két grafikon metszéspontjának mindkét koordinátája egész szám!

- c) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!
 $0,5x + \sqrt{x + 3} \leq 2,5$

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	14 pont	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

2.

- a) Hány olyan tízjegyű pozitív egész szám van, amelynek minden számjegye a $\{0; 8\}$ halmaz eleme?
- b) Írja fel a 45-nek azt a legkisebb pozitív többszörösét, amely csak a 0 és a 8-as számjegyeket tartalmazza!

(A feladat megoldása során fokozottan vegye figyelembe a 3. oldalon található 5. és 6. pontban előírtakat!)

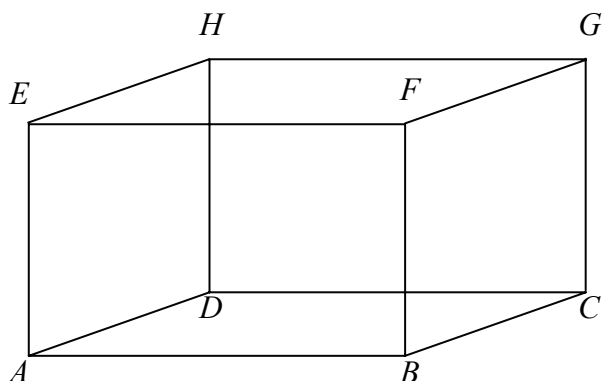
a)	3 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	10 pont	

Azonosító
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3. Az $ABCDEFGH$ téglatest A csúcsból induló élei: $AB=12$; $AD=6$; $AE=8$. Jelölje a HG él felezőpontját P .



- a) Számítsa ki az $ABCDP$ gúla felszínét!
- b) Mekkora szöget zár be az $ABCDP$ gúla ABP lapjának síkja az $ABCD$ lap síkjával?

a)	10 pont	
b)	3 pont	
Ö.:	13 pont	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

4. Egy felmérés során megkérdeztek 640 családot a családban élő gyermekek számáról, illetve azok neméről. A felmérés eredményét az alábbi táblázat mutatja:

		fiúk száma					
		0	1	2	3	4	5
lányok száma	0	160	103	61	8	5	0
	1	121	58	11	4	1	1
	2	54	15	3	2	2	2
	3	9	3	1	1	0	1
	4	6	3	1	1	1	0
	5	1	0	1	0	0	0

(Tehát pl. a gyermektelen családoknak a száma 160, és 15 olyan család volt a megkérdezettek között, amelyben 1 fiú és 2 lány van.)

- a) Hány fiúgyermek van összesen a megkérdezett családokban?
- b) A felmérésben szereplő legalább kétgyermekes családokban mennyi a leggyakoribb leányszám?
- c) A családsegítő szolgálat a megkérdezett családok közül a legalább négy gyermeket nevelőket külön támogatja. Az alábbi táblázat kitöltésével készítsen gyakorisági táblázatot a külön támogatásban részesülő családokban lévő gyermekek számáról!

gyermekszám egy családban	4	5	6	7	8	9	10
gyakoriság							

Hány családot és összesen hány gyermeket támogat a családsegítő szolgálat?

a)	3 pont	
b)	5 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	14 pont	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

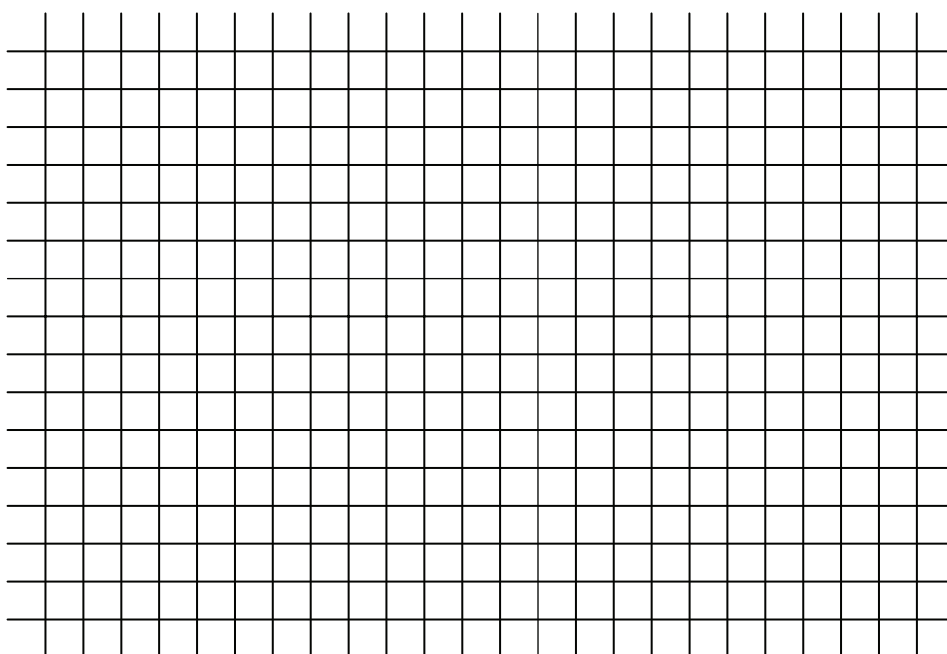
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

II.

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

5. A $x^2 = 2y$ egyenletű parabola az $x^2 + y^2 \leq 8$ egyenletű körlapot két részre vágja. Mekkora a konvex rész területe? Számolása során ne használja a π közelítő értékét!

Ö.:	16 pont	
-----	---------	--



--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

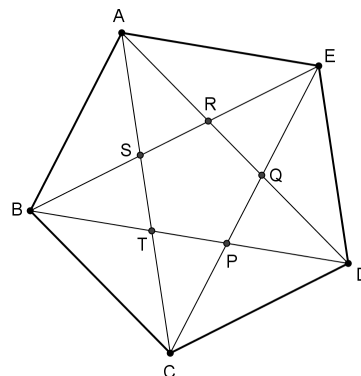
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

6. Megrajzoltuk az $ABCDE$ szabályos ötszöget, és berajzoltuk minden átlóját. Az átlók metszéspontjait az ábra szerint betűztük meg: P, Q, R, S, T .

a) Hány olyan háromszög látható az ábrán, amelynek mindhárom csúcsa a megjelölt 10 pont közül való, és mindhárom oldalegyenese az $ABCDE$ ötszög oldalegyenesei és átlóegyenesei közül kerül ki?

Hány lényegesen különböző háromszög van ezek között, ha az egymáshoz hasonló háromszögeket nem tekintjük lényegesen különbözőeknek?



b) Tudjuk, hogy az $ABCQ$ négyszög területe 120 cm^2 . Mekkora az $ABCDE$ ötszög területe? Válaszát egész értékre kerekítve adja meg!

c) Tekintsük azt a tíz csúcsú gráfot, amelyet a megadott ábra szemléltet. Erről a gráfról fogalmaztunk meg két állítást. Állapítsa meg mindkét állításról, hogy igaz vagy hamis! Adjon rövid magyarázatot válaszára!

1. állítás: Ennek a gráfnak 20 éle van.
2. állítás: Ebben a gráfban van olyan részgráf, amely nyolc élű kör.

a)	8 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	16 pont	

Azonosító
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

7. Egy kozmetikumokat gyártó vállalkozás nagy tételben gyárt egyfajta krémet. A termelés teljes havi mennyisége (x kilogramm) 100 és 700 kg közé esik, amelyet egy megállapodás alapján a gyártás hónapjában el is adnak egy nagykereskedőnek. A megállapodás azt is tartalmazza, hogy egy kilogramm krém eladási ára: $(36 - 0,03x)$ euró. A krémgyártással összefüggő havi kiadás (költség) is függ a havonta eladott mennyiségtől. A krémgyártással összefüggő összes havi kiadást (költséget) a $0,0001x^3 - 30,12x + 13000$ összefüggés adja meg, szintén euróban.
- a) Számítsa ki, hogy hány kilogramm krém eladása esetén lesz az eladásból származó havi bevétel a legnagyobb! Mekkora a legnagyobb havi bevétel?
- b) Adja meg a krémgyártással elérhető legnagyobb havi nyereséget! Hány kilogramm krém értékesítése esetén valósul ez meg? (*nyereség = bevétel - kiadás*)

a)	6 pont	
b)	10 pont	
Ö.:	16 pont	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

8.

- a) Két gyerek mindegyike 240 forintért vett kaparós sorsjegyet. Fém pénzzel fizettek (5; 10, 20, 50, 100 és 200 forintos érmeikkel), és pontosan kiszámolták a fizetendő összeget. Hányféleképpen fizethetett Miki, ha ő 4 darab érmevel fizetett, és hányféleképpen fizethet Karcsi, ha ő 5 darab érmevel fizetett? (A pénzürmék átadási sorrendjét nem vesszük figyelembe.)

A „bergengóc” lottóban kétszer húznak egy játéknapon. Bandi egy szelvénnel játszik, tehát az adott játéknapon **mindkét** húzásnál nyerhet **ugyanazzal** a szelvénnel.

- b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy adott játéknapon Bandinak legalább egy telitalálata lesz, ha p annak a valószínűsége ($0 < p < 1$), hogy egy szelvényen, egy húzás esetén telitalálata lesz?

Megváltoztatták a játékszabályokat: minden játéknapon **csak egyszer** húznak (más játékszabály nem változott). Bandi most **két** (nem feltétlenül különbözően kitöltött) szelvénnel játszik.

- c) Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy adott játéknapon Bandinak telitalálata legyen valamelyik szelvényén?
- d) A telitalálat szempontjából a **b)** vagy a **c)**-ben leírt játék kedvezőbb Bandi számára?

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	16 pont	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!

9. Egy egyetem 10 580 hallgatójának tanulmányi lapjáról összesítették az angol és német nyelvvizsgák számát. Kiderült, hogy a német nyelvvizsgával nem rendelkezők 70%-ának, a német nyelvvizsgával rendelkezők 30%-ának nincs angol nyelvvizsgálója. Az angol nyelvvizsgával nem rendelkezők 60%-ának német nyelvvizsgálója sincs.
- a) Ezek közül a hallgatók közül hányan rendelkeztek angol és hányan német nyelvvizsgával?
- b) A hallgatók hány százaléka rendelkezett az angol és német nyelvvizsgák mindegyikével?

a)	12 pont	
b)	4 pont	
Ö.:	16 pont	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Azonosító
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

	a feladat sorszám	maximális pontszám	elért pontszám	maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	1.	14		51	
	2.	10			
	3.	13			
	4.	14			
II. rész		16		64	
		16			
		16			
		16			
		← nem választott feladat			
Az írásbeli vizsgarész pontszáma				115	

dátum

javító tanár

	elért pontszám egész számra kerekítve	programba beírt egész pontszám
I. rész		
II. rész		

javító tanár

jegyző

dátum

dátum