

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2008. május 6.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

**OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS
MINISZTERIUM**

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

1. A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal** kell javítani, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölni a hibákat, hiányokat stb.
2. A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerül.
3. **Kifogástalan megoldás** esetén elég a maximális pontszám beírása a megfelelő téglalapokba.
4. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra.
5. Az ábrán kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti.

Tartalmi kérések:

1. Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
2. A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
3. Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél **kevésbé részletezett**.
4. Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
5. **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel mint kiinduló adattal helyesen számol tovább a következő gondolati egységben vagy részkérdésben, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
6. Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **megjegyzés** vagy **mértékegység**, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.
7. Egy feladatra adott többféle helyes megoldási próbálkozás közül **a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető**.
8. A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
9. Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
10. **A vizsgafeladatsor II./B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető**. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha mégsem derül ki egyértelműen, hogy a vizsgázó melyik feladat értékelését nem kéri, akkor automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladat lesz az, amelyet nem kell értékelni.

I.

1.		
x lehetséges értékei: 1; 4; 7.	2 pont	<i>A 2 pont nem bontható.</i>
Összesen:	2 pont	

2.		
A tompaszög: 135° .	2 pont	<i>-45° felírásáért nem kap pontot. Ha a 135°-hoz periódust is feltüntet, 1 pontot kap.</i>
Összesen:	2 pont	

3.		
a) 8	1 pont	
b) 10	1 pont	
c) 34	1 pont	
Összesen:	3 pont	

4.		
$x = -6$.	1 pont	
A legkisebb függvényérték: 0.	1 pont	
Összesen:	2 pont	

5.		
A helyes válasz betűjele: b	2 pont	
Összesen:	2 pont	

6.		
Legalább 17 tanuló 168 cm magas, vagy annál alacsonyabb. Vagy: legalább 17 tanuló van, aki 168 cm magas, vagy annál magasabb.	2 pont	<i>Az 2 pontot megkaphatja, ha bármilyen megfogalmazásban, de jó tartalommal alkalmazza a medián fogalmát. 1 pontot kaphat, aki indoklásában feltételezi, hogy pontosan egy 168 cm magas tanuló van a sorban.</i>
A válasz: nem lehetséges.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

7.		
$a - 2\sqrt{ab} + b$	2 pont	$(\sqrt{a})^2 - 2\sqrt{a}\sqrt{b} + (\sqrt{b})^2$ alakban megadva 1 pont, $a - 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} + b$ alak 2 pont.
Összesen:	2 pont	

8.		
$\overrightarrow{DF} = \frac{1}{2} \mathbf{b}$	1 pont	Helyes válasz esetén ez a pont is jár.
$\overrightarrow{AF} = \mathbf{a} + \frac{1}{2} \mathbf{b}$	1 pont	
Összesen:	2 pont	

9.		
Az összpontszám 1%-a 2,5.	1 pont	Bármilyen helyes indoklás esetén jár a 2 pont.
$8 \cdot 2,5 = 20$	1 pont	
A férfiak 20 ponttal szereztek többet.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

10.		
A) hamis B) igaz C) igaz D) hamis	4 pont	
Összesen:	4 pont	

11.		
A helyes ábrán megjelenő tulajdonságok: a gráfon A csúcs fokszáma 4,	1 pont	
a többi csúcs mindegyike 3 fokszámú,	1 pont	
az E és D csúcsokat nem köti össze él.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

12.		
A felvágáskor 40 gyékénydarab keletkezik,	1 pont	
az egymásra rakott darabok 60 (=40·1,5) cm magasságot érnek el.	1 pont	
Összesen:	2 pont	Ha a gondolatmenet jó, de a mértékegységekkel hibásan számol, legfeljebb 1 pont adható.

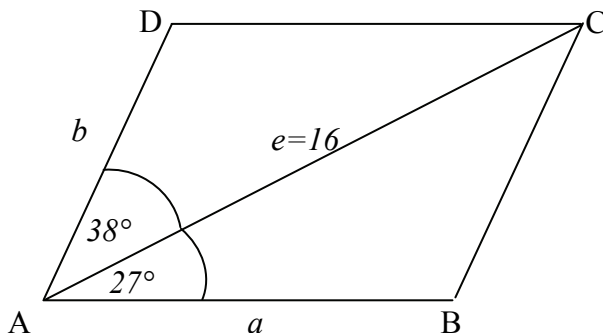
II/A

13. a)		
A hetente gyártott termékszámok $a_1=200$, $d=3$ adatokkal megadható számtani sorozat elemei.	1 pont	<i>Akkor is jár a pont, ha ez a gondolat csak a képletek használatából derül ki.</i>
A 15. héten $a_{15}=200+14\cdot 3=242$ terméket gyártottak.	2 pont	
Összesen:	3 pont	

13. b)		
$S_{52} = \frac{a_1 + a_{52}}{2} \cdot 52$ adja a keresett termékszámot.	2 pont	<i>Akkor is jár a 2 pont, ha ez a gondolat csak a képletek használatából derül ki.</i>
$S_{52} = \frac{200 + 200 + 153}{2} \cdot 52$	1 pont	
14 378 termék készül el egy év alatt.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

13. c)		
A megduplázódott termékszám: 400.	1 pont	
$400 \leq 200 + (n - 1) \cdot 3$	1 pont	<i>Egyenlőség alkalmazása esetén is jár a 3 pont.</i>
$n \geq 67 \frac{2}{3}$	2 pont	
68 hétnek kell eltelnie.	1 pont	<i>Ha itt $67 \frac{2}{3}$-ot válaszol, ez a pont nem jár.</i>
Összesen:	5 pont	

14.



A paralelogramma egyik szöge 65° , a másik szöge 115° .	2 pont	
Az oldalakat az ACD háromszögben alkalmazott szinusz-tétel segítségével számítjuk ki.	1 pont	<i>Ez az 1 pont akkor is jár, ha a gondolat csak a megoldás során jelenik meg.</i>
$\frac{a}{e} = \frac{\sin 38^\circ}{\sin 115^\circ}$	2 pont	
$a = 16 \cdot \frac{\sin 38^\circ}{\sin 115^\circ} \approx 11$	1 pont	
$b = 16 \cdot \frac{\sin 27^\circ}{\sin 115^\circ} \approx 8$	3 pont	
$k = 38 \text{ cm}$	1 pont	
$t = ab \cdot \sin 65^\circ \approx 8 \cdot 11 \cdot \sin 65^\circ \approx 80 \text{ cm}^2$	2 pont	<i>Fogadjuk el a 79 cm^2 választ is (kerekítések sorrendje).</i>
Összesen:	12 pont	

Hibás kerekítésekért összesen 1 pontot veszítsen a 12 pontból.

15. a)		
A 11 vizsgázó közül kell hatot (vagy ötöt) kiválasztani minden lehetséges módon úgy, hogy a sorrend nem számít.	1 pont	<i>Ha ez a gondolat csak a számolásból derül ki, akkor is jár az 1 pont.</i>
$\binom{11}{6} = \binom{11}{5}$	1 pont	<i>Bármelyik alak 1 pontot ér.</i>
462 féleképpen választható ki az első vizsgázó csoport.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

15. b)		
Nem,	1 pont	
mert a hat felelet $6! = 720$ féle sorrendben hangozhat el.	1 pont	
Összesen:	2 pont	

15. c)		
A tételek között 12 szól nem a XX. századi magyar irodalomról.	1 pont	
A kedvező esetek száma 12, az összes (egyenlően valószínű) eset száma: 20.	1 pont	
A keresett valószínűség (a klasszikus modell alkalmazásával) $p = \frac{12}{20} (= 0,6)$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	<i>Indoklás nélküli helyes válaszáért legfeljebb 2 pont adható.</i>

15. d)		
Az első csoportban kihúztak 6 tételt, a másodikban egyet, tehát a kérdéses diák 13 tételből húz,	2 pont	
még hét XX. századi magyar irodalom tételből húzhat (ez a kedvező esetek száma),	1 pont	
a keresett valószínűség (a klasszikus modell alkalmazásával) $p = \frac{7}{13} (\approx 0,54)$.	1 pont	
Összesen:	4 pont	<i>Indoklás nélküli helyes válaszáért legfeljebb 2 pont adható.</i>

II/B

16. a)		
k és f közös pontjait az egyenletrendszerük megoldása adja.	1 pont	<i>Akkor is jár a pont, ha ez a gondolat a megoldás menetében jelenik csak meg.</i>
y behelyettesítése után $3,25x^2 + 26x + 52 = 0$	2 pont	
$x_{1,2} = -4$	1 pont	
k és f egyetlen közös pontja $F(-4; -1)$ pont.	1 pont	
Összesen:	5 pont	
<i>Ha a közös pont koordinátáit nem számítással kapja, hanem helyes ábráról jól olvassa le, akkor az 5 pontból 1 pont adható.</i>		

16. b)		
E koordinátáit a C -ből e -re bocsátott c merőleges egyenes és e egyenletrendszerének megoldása adja.	1 pont	<i>Jár a pont, ha a megoldásban ez a gondolat megjelenik.</i>

$n_c(2;3)$	1 pont	
c egyenlete: $2x + 3y = -11$	1 pont	
$e \cap c = E(-1; -3)$	2 pont	
A kör sugara a CE szakasz, $r^2 = 13$.	1 pont	
A k' kör egyenlete: $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 13$.	1 pont	
Összesen:	7 pont	
<i>Ha az érintési pont koordinátáit nem számítással kapja, hanem helyes ábráról jól olvassa le, akkor az első 5 pontból 2 pont adható.</i>		

16. c)		
k egyenlete átalakítva: $(x-2)^2+(y+5)^2-52=0$,	2 pont	<i>A 2 pont nem bontható.</i>
tehát k középpontja a $K(2,-5)$ pont, sugara $R=\sqrt{52}$.	1 pont	
k és k' koncentrikus körök,	1 pont	
$R=2r$ (mivel $2\sqrt{13} = \sqrt{52}$), ezért k a k' -nek kétszeres nagytűt képe C -ből.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

17. a)

A kerekítés szabályainak érvényesülését vizsgáljuk:

	1980	2000
Debrecen	jó	jó
Győr	hibás	jó
Pécs	hibás	hibás

3 pont

*Hibátlan soronként
1-1 pont.***Összesen:****3 pont****17. b)**Az átlag 1980-ban: $153671 \approx 153700$,
2000-ben $148014 \approx 148000$

2 pont

*Ha nem kerekít
százásokra, akkor is
2 pontot kaphat.* $\frac{148000}{153700}$ vagy $\frac{148014}{153671} \approx 0,963$

2 pont

tehát az átlagos lélekszám 3,7%-kal csökkent.

1 pont

Összesen:**5 pont**

17. c)

A változás mértékét és jellegét táblázatba foglaljuk:

	A változás aránya	Százalékos jellege
Debrecen	1,027	2,7% növekedés
Győr	1,024	2,4% növekedés
Miskolc	0,828	17,2% csökkenés
Nyíregyháza	1,039	3,9% növekedés
Pécs	0,930	7,0% csökkenés
Szeged	0,962	3,8% csökkenés
Székesfehérvár	1,014	1,4% növekedés

Oszloponként 2-2 pont.

4 pont

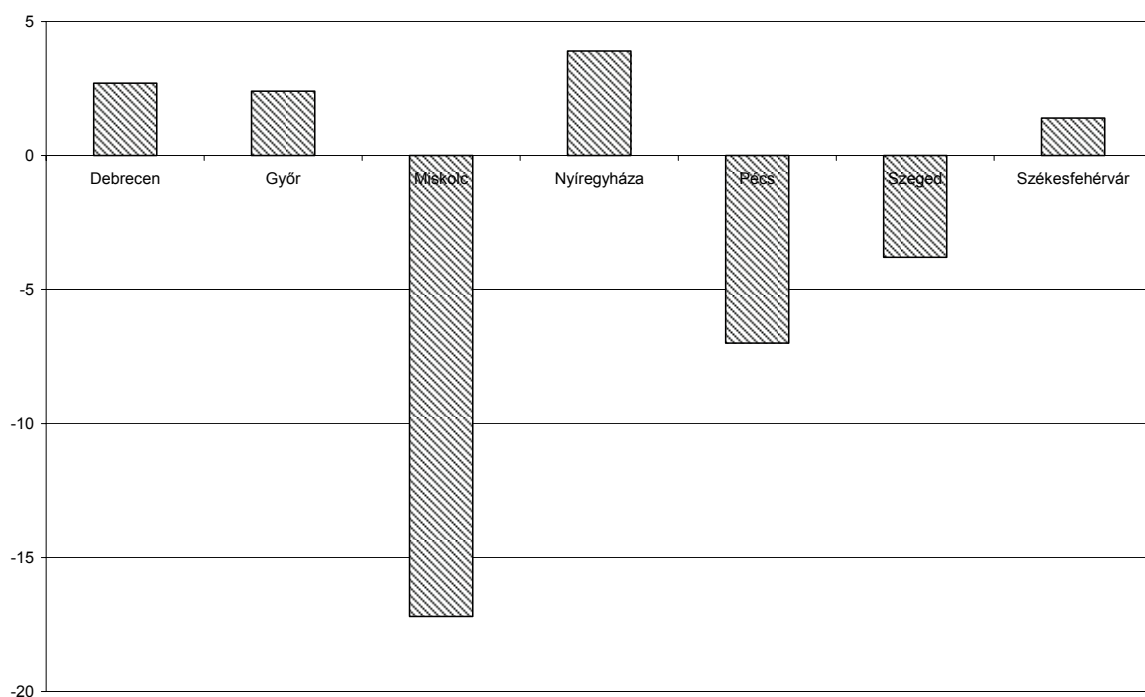
Oszloponként legfeljebb 2 hiba esetén 1-1 pont.

A népesség növekedésének aránya szerint Nyíregyháza fejlődött leginkább.

1 pont

Legnagyobb arányban Miskolc népessége változott.

1 pont

Összesen:**6 pont****17. d)**

A lépték helyes megválasztása.

1 pont

Ha az egységet nem jelölte, ezt a pontot nem kaphatja meg.

Helyes grafikon elkészítése.

2 pont

*Legfeljebb 2 téves oszlop-méret esetén 1 pont jár.***Összesen:****3 pont**

18. a)		
$t = 0$; $m(0)$ -át keressük.	2 pont	<i>A 2 pont akkor is jár, ha a számolásból látszik, hogy jól használja ezt a gondolatot.</i>
$m(0) = 0,8$ a tenyészet tömege (milligrammban) a megfigyelés kezdetekor.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

18. b)		
Az első 24 óra elteltével a tenyészet tömege $m(24) = 0,8 \cdot 10^{0,48} =$	1 pont	
$= 2,4$ (mg)	1 pont	
A tenyészet tömege 48 óra elteltével $m(48) = 0,8 \cdot 10^{0,96} =$	2 pont	
$= 7,3$ (mg)	1 pont	
A tömeg növekedése a második 24 órában $7,3 - 2,4 = 4,9$ (mg).	2 pont	
Összesen:	7 pont	

18. c)		
A választ a $12,68 = 0,8 \cdot 10^{0,02t}$ egyenlet megoldásával keressük.	2 pont	<i>Akkor is jár a 2 pont, ha ez a gondolat csak a számításban jelenik meg.</i>
$15,85 = 10^{0,02t}$	1 pont	
$\lg 15,85 = 0,02t$	2 pont	
$t = 60$ (óra),	1 pont	
tehát a megfigyelés harmadik napján kellett a munkát abbahagyni.	1 pont	
Összesen:	7 pont	